

Astronomia e Simbolismo Cosmico nella Chiesa di San Giorgio a Petrella Tifernina (CB)

di

Adriano Gaspani

I.N.A.F. - Istituto Nazionale di Astrofisica
Osservatorio Astronomico di Brera - Milano
adriano.gaspani@inaf.it

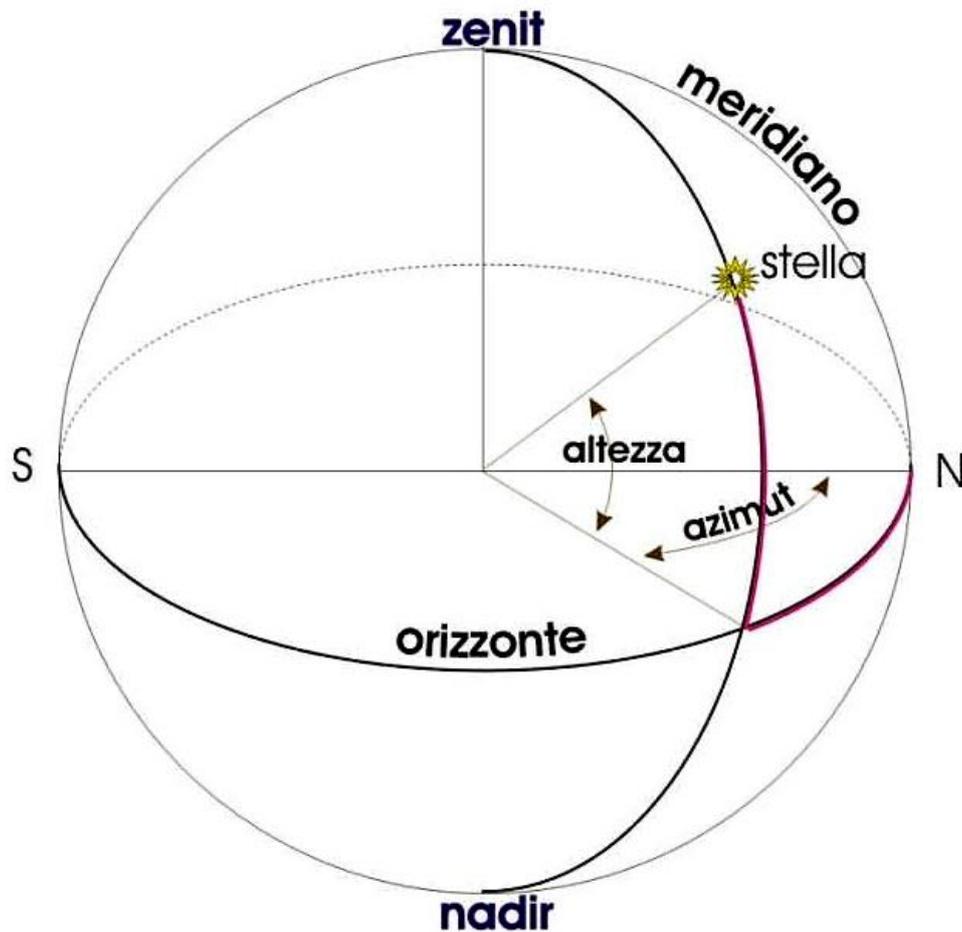
Introduzione

Lo scopo di questo studio è quello di mettere in evidenza quanto risultato dall'analisi della chiesa San Giorgio a Petrella Tifernina (CB), eseguita in un'ottica di tipo archeoastronomico e di tentare di comprender i principi informatori e le modalità di progettazione in cui l'Astronomia giocò un ruolo importante. Prima di entrare nel merito della descrizione dei risultati raggiunti è utile richiamare brevemente alcune nozioni di Astronomia che permetteranno al lettore di comprendere meglio la problematica relativa ai criteri astronomici applicati dagli architetti medioevali durante la fase di edificazione di un luogo di culto cristiano. Per capire che cosa pensassero gli antichi del mondo che li circondava dobbiamo tentare di osservare i fenomeni celesti con i loro stessi occhi. Per poter fare questo è necessario conoscere almeno i principi fondamentali dell'Astronomia di Posizione che è quella branca della Scienza del Cielo che si occupa di descrivere la posizione e il movimento dei corpi celesti utilizzando come base di osservazione un punto posto sulla superficie della Terra; questo ci permetterà di capire cosa gli uomini vissuti nel periodo altomedioevale potessero osservare nel cielo e intuire dei meccanismi che regolano la posizione ed il moto dei corpi celesti. Queste nozioni sono basilari qualora si desideri affrontare lo studio dei manufatti architettonici che abbiano rilevanza anche dal punto di vista astronomico.

La posizione degli astri nel cielo

Gli astronomi definiscono univocamente la posizione di un astro sulla sfera celeste mediante una coppia di coordinate riferite a un determinato sistema di riferimento. Ogni corpo celeste visibile nel cielo è caratterizzato, in una data epoca, da una posizione ben precisa rispetto ad un osservatore posto in un punto sulla superficie della Terra. Tale posizione può essere definita facendo uso di uno dei quattro sistemi fondamentali di coordinate celesti noti in Astronomia, di cui tre importanti nel contesto dell'analisi archeoastronomica delle chiese antiche. Il primo è il sistema cosiddetto altazimutale il quale utilizza come coppia di coordinate di riferimento l'azimut astronomico, contato in senso orario, cioè in senso concorde con il movimento apparente degli astri sulla sfera

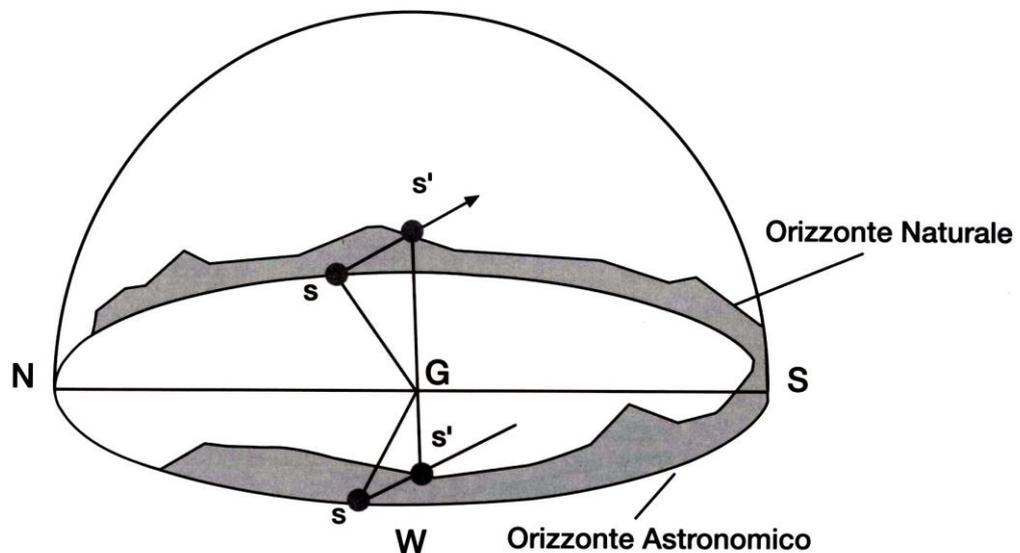
celeste, e l'altezza dell'astro rispetto all'orizzonte astronomico locale, materializzato ad esempio dalla linea del profilo del mare.



Il sistema di coordinate Altazimutali le quali definiscono la posizione istantanea di un astro mediante l'Azimut astronomico (Az) contato da Nord ruotando verso Est e l'Altezza angolare (h) rispetto alla linea dell'orizzonte astronomico locale. Questo tipo di sistema di coordinate astronomiche riflette strettamente il modo di osservare il cielo degli antichi.

L'orizzonte astronomico locale è differente dall'orizzonte naturale locale in quanto quest'ultimo si riferisce al profilo del paesaggio localmente visibile da un punto di osservazione posto sulla superficie terrestre. Se il punto di osservazione fosse posto in mezzo al mare aperto allora l'orizzonte marino materializzerebbe sia l'orizzonte astronomico locale sia quello naturale. Se invece il nostro punto di osservazione fosse posto in montagna allora l'orizzonte astronomico locale sarà difficilmente visibile, mentre il profilo del paesaggio montuoso definirà l'orizzonte naturale locale. I cerchi fondamentali del sistema di coordinate altazimutali sono quindi l'Orizzonte Astronomico Locale e il Meridiano Astronomico Locale che interseca il cerchio dell'orizzonte nei punti cardinali (astronomici) Nord e Sud. Il sistema altazimutale ha il difetto di essere legato alla posizione locale dell'osservatore, nel senso che due osservatori situati in località geograficamente differenti sulla Terra misureranno alla stessa ora del giorno, per lo stesso astro, valori differenti sia di Azimut che di Altezza sull'orizzonte. Oltre a questo, esiste

anche un altro problema con questo sistema di coordinate e cioè che esse sono dipendenti dall'istante temporale in cui l'osservatore misura la posizione di un dato astro visibile nel cielo; infatti essendo l'azimut legato all'angolo orario dell'astro, il suo valore varierà durante la giornata passando da un valore minimo corrispondente all'istante della levata dell'astro considerato ad un valore massimo misurato all'istante del suo tramonto. Allo stesso modo l'altezza sull'orizzonte raggiungerà il suo valore minimo al sorgere e al tramontare dell'astro e il suo valore massimo nell'istante di culminazione o, in altre parole, di transito al meridiano locale. Ovviamente il valore dell'altezza sull'orizzonte di un certo astro sarà funzione sia della latitudine che della longitudine geografica dell'osservatore. Nonostante tutti questi problemi il sistema altazimutale è fondamentale per l'Archeoastronomia perché riflette perfettamente la situazione in cui si trovavano gli antichi uomini che osservavano gli astri ad occhio nudo, i quali dovevano, con mezzi modesti, compiere osservazioni relativamente alla posizione apparente degli astri visibili nel cielo.

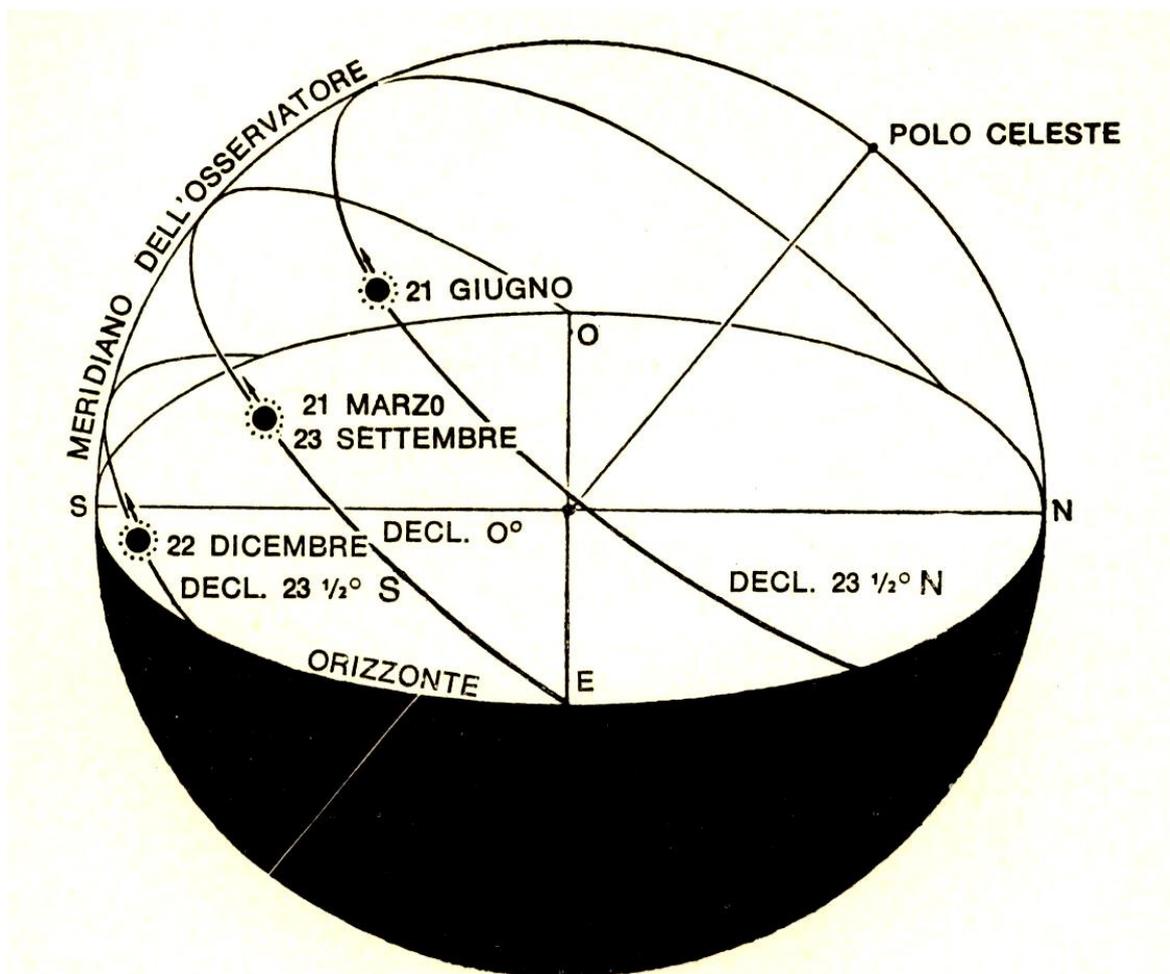


I punti di levata e di tramonto del Sole e degli altri astri all'orizzonte naturale locale rappresentato dal profilo del paesaggio localmente visibile dal luogo di osservazione, sono differenti da quelli che si osserverebbero se l'orizzonte fosse quello astronomico locale che potrebbe essere materialmente rappresentato dalla linea dell'orizzonte marino. Nella figura abbiamo un esempio con il Sole. Il Sole è visto sorgere, all'alba di un certo giorno dell'anno, nel punto S posto sull'orizzonte astronomico locale orientale. In realtà il disco solare apparirà da dietro le montagne nel punto S', all'orizzonte naturale locale nel settore orientale. Il punto S' si trova tanto più a sud rispetto ad S quanto più l'altezza angolare apparente dell'orizzonte naturale rispetto a quello astronomico risulta elevata. Se un edificio di culto posto nel punto G fosse stato orientato sul punto di levata del Sole (visibile) in quel giorno dell'anno allora la direzione del suo asse sarebbe GS' e non GS. La direzione GS' è quindi caratterizzata da un azimut di orientazione maggiore di quello pertinente alla direzione GS. Nel caso del tramonto la situazione si inverte, infatti il tramonto del Sole all'orizzonte naturale locale, nel punto S' ad ovest, avviene prima del tramonto all'orizzonte astronomico locale (nel punto S ad ovest). In questo caso l'azimut della direzione occidentale GS' sarà minore di quello della direzione occidentale GS. Anche in questo caso la differenza di azimut e dei tempi di tramonto sarà tanto maggiore quanto maggiore sarà l'altezza angolare apparente dell'orizzonte naturale locale (profilo delle montagne) rispetto alla linea dell'orizzonte astronomico su cui sono posti i punti S.

Il moto apparente del Sole sulla sfera celeste

Quando un archeoastronomo studia l'orientazione di una chiesa antica si accorge invariabilmente che essa fu in origine orientata verso qualche punto dell'orizzonte

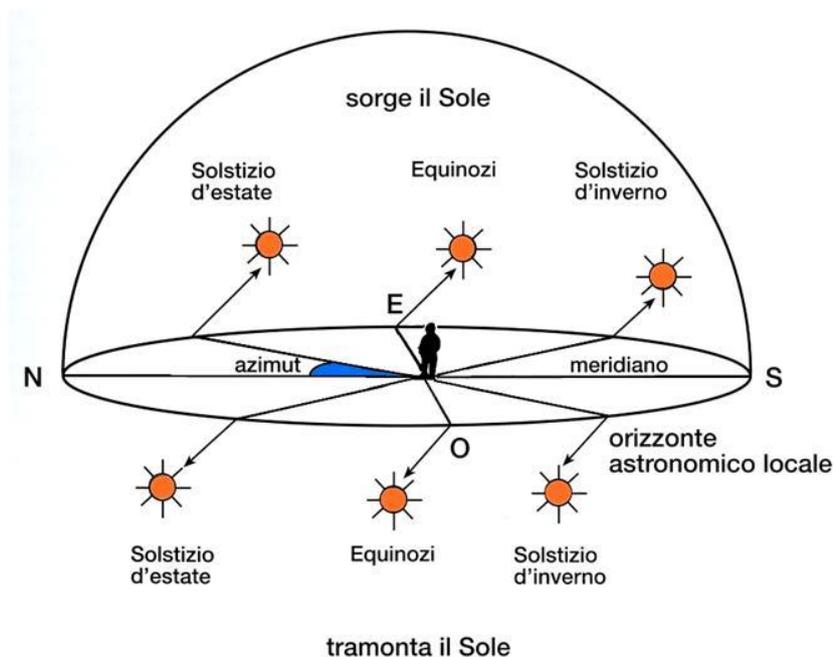
naturale locale particolarmente importante dal punto di vista degli astri che erano visti sorgere in quella posizione. Quasi sempre il "target" astronomico è di tipo solare, molto raramente lunare, anche se può capitare soprattutto nel caso dei luoghi di culto mariano, è bene quindi accennare a grandi linee al moto apparente percorso dal Sole sulla sfera celeste durante i vari giorni dell'anno e al cambiamento progressivo, ciclico, dei suoi punti di levata e di tramonto. La Terra compie annualmente una rivoluzione completa intorno al Sole. Il suo moto orbitale è regolato dalla legge di gravitazione universale e ben descritto dalle tre leggi scoperte dal matematico tedesco Giovanni Keplero, nel XVII secolo. L'orbita della Terra intorno al Sole è un'ellisse poco eccentrica e la distanza orbitale media, a cui il nostro pianeta orbita intorno al Sole è di circa 149,6 milioni di chilometri. Il globo terrestre ruota su se stesso in un giorno siderale, poco meno di 24 ore, quindi un osservatore situato in una determinata località geografica vedrà il Sole muoversi apparentemente, assieme a tutta la sfera celeste da est verso ovest durante l'arco di un giorno. A causa del fatto che la Terra durante un giorno percorre anche una frazione della sua orbita, circa 1/365 del percorso annuale, il Sole avrà variato la sua posizione apparente, rispetto alle stelle visibili sulla sfera celeste, di poco meno di 1°. Il moto del Sole è quindi solamente apparente e dovuto in realtà al fatto che l'osservatore si muove solidalmente con la Terra su cui è ubicato.



Traiettorie apparenti del Sole sulla Sfera Celeste durante l'anno

Il moto apparente del Sole nel cielo si compie sulla proiezione dell'orbita della Terra sulla sfera celeste o più rigorosamente sul cerchio immaginario ottenuto intersecando la sfera

celeste con il piano dell'orbita terrestre. Questo cerchio è chiamato Eclittica, termine che fu coniato dagli astronomi greci nell'antichità. Il movimento apparente del Sole sull'Eclittica avviene nello stesso senso del moto orbitale della Terra lungo la sua orbita, direzione detta "diretta" o "antioraria" perché, contraria a quella del moto apparente diurno della sfera celeste. Poiché, a causa del moto apparente diurno, un osservatore vede gli astri muoversi da est verso ovest (senso orario), vedrà per il moto apparente annuo, il Sole spostarsi tra le stelle in senso contrario, cioè da ovest verso est. La conseguenza è che se un dato giorno durante l'anno il Sole transita al meridiano nello stesso istante in cui passa anche una stella, il giorno successivo esso passerà al meridiano circa quattro minuti dopo la stella in quanto si sarà spostato di circa un grado verso oriente e sarà quindi in ritardo rispetto ad essa. Quando il Sole si trova al punto di intersezione corrispondente al nodo indicato con il termine "Punto Gamma" o "Punto d'Ariete", allora avviene l'Equinozio di Primavera, mentre quando il Sole passa per il punto diametralmente opposto (Punto di Libra), esso si trova al nodo contrario e quindi avverrà l'Equinozio d'Autunno. In definitiva quando avvengono gli equinozi il Sole è posizionato sull'Equatore Celeste; in questi giorni le durate del giorno e della notte corrispondono allo stesso numero di ore. Attualmente le date in cui avvengono gli Equinozi sono il 21 marzo e il 23 settembre rispettivamente per l'Equinozio di Primavera e quello di Autunno, ma nel tempo anche le date degli Equinozi e dei Solstizi sono soggette ad una lenta, ma consistente, variazione particolarmente evidente quando si va indietro nel tempo. Il Sole a causa della variazione della posizione della Terra nello spazio per effetto del suo moto orbitale, durante il corso dell'anno cambia in modo periodico la posizione dei punti di sorgere e di tramontare sull'orizzonte astronomico locale.



L'orizzonte astronomico solare con gli allineamenti diretti verso i punti di levata e di tramonto del Sole ai solstizi e agli equinozi. L'azimut astronomico è l'angolo, sul piano orizzontale contato positivamente in senso orario partendo dalla direzione nord del meridiano astronomico locale fino alla linea definita dall'allineamento.

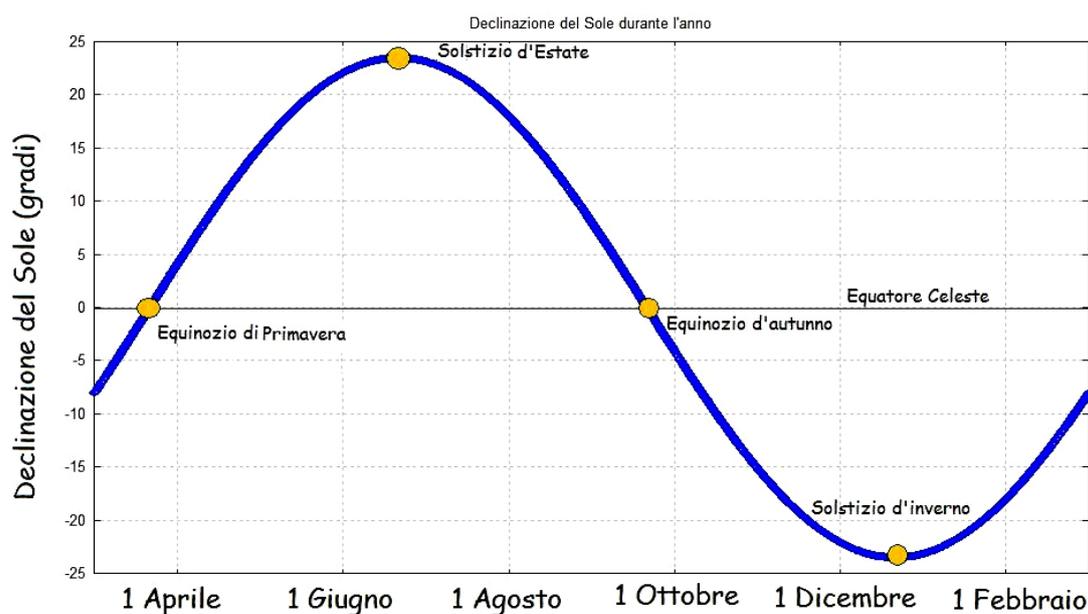
La traiettoria apparente percorsa dal Sole nel cielo varia giornalmente non solo con il variare della data lungo l'anno ma anche in funzione della latitudine geografica dell'osservatore. I punti estremi verso sud e verso nord toccati dalle posizioni di sorgere e tramontare del Sole sull'orizzonte in corrispondenza di una data località geografica, corrispondono ai giorni dei solstizi, così chiamati perché, in quei giorni, si ha l'impressione che il punti di levata e di tramonto del Sole stazionino in quella posizione estrema per qualche tempo, in quanto essi si muovono molto lentamente. I punti estremi di sorgere e tramontare in direzione nord-est vengono toccati in corrispondenza della data del solstizio estivo, mentre al solstizio d'inverno i punti di sorgere e di tramontare saranno i più vicini alla direzione sud-est. Ovviamente in corrispondenza dei giorni dell'anno che sono intermedi tra le due date di solstizio le posizioni sull'orizzonte occupate dai punti di sorgere e tramontare saranno a loro volta intermedie tra i due punti solstiziali. Dal punto di vista archeoastronomico le posizioni sulla linea dell'orizzonte del sorgere e del tramontare del Sole in corrispondenza dei solstizi è fondamentale in quanto le testimonianze archeologiche ci suggeriscono quanto l'uomo antico tenesse in grande considerazione l'osservazione e la marcatura della posizione di questi punti.

L'edificio sacro come rappresentazione del Cosmo

Nell'incorporare tutti questi significati simbolici la forma architettonica diveniva un'immagine simbolica del Cosmo e come tale doveva essere astronomicamente coerente quindi da qui nacque la necessità di orientare l'edificio di culto in accordo con le direzioni astronomicamente significative ed importanti dal punto di vista del significato liturgico cristiano, il quale peraltro era molto legato alle credenze ed alle antiche tradizioni esoteriche pagane di provenienza orientale, in particolare dal mondo indo-iranico. L'edificio sacro era un'immagine del macrocosmo creato da Dio, ma rappresentava anche il microcosmo costituito dall'Uomo. Il centro della forma architettonica, omologo al centro unitario dell'Universo, era anche il centro più intimo di ogni essere; il corpo del tempio si identificava simbolicamente sia con il corpo del Cosmo sia con il corpo dell'Uomo, in particolare con il corpo di Cristo che rappresentava il tramite tra i due e, di conseguenza, secondo il Cristianesimo, il corpo dell'uomo era un tempio, che custodiva l'Anima. In virtù di questa omologia tra l'edificio sacro, l'Uomo ed il Cosmo, questo processo poteva simbolicamente servire come una rappresentazione del viaggio spirituale. Andare nel centro sacro dello spazio architettonico equivaleva simbolicamente a raggiungere il centro dell'Universo, ma anche il centro di noi stessi: il punto della rigenerazione spirituale. Il risalire ritualmente l'edificio di culto camminando lungo la navata era considerato come il tornare al Centro supremo che inglobava tutti gli stati dell'esistenza e gli stati dell'essere. Presso le culture di origine celtica il moto rituale verso il centro avveniva secondo una traiettoria circolare di circumambulazione percorsa in senso orario concorde con il senso di rotazione della direzione del moto apparente del Sole e di tutti gli astri che popolano la Sfera Celeste, così avviene ancora oggi durante la visita ed i pellegrinaggi agli antichi monasteri posti in terra d'Irlanda. La costruzione di un edificio di culto era un rituale che simbolicamente ricomponeva le parti discrete dell'Unità, sparse e frammentate nelle diverse manifestazioni, riunificandole e ristabilendo in questo modo l'armonia dell'Uomo con l'Universo.

Regole connesse con l'edificazione di un edificio di culto cristiano nel Medioevo

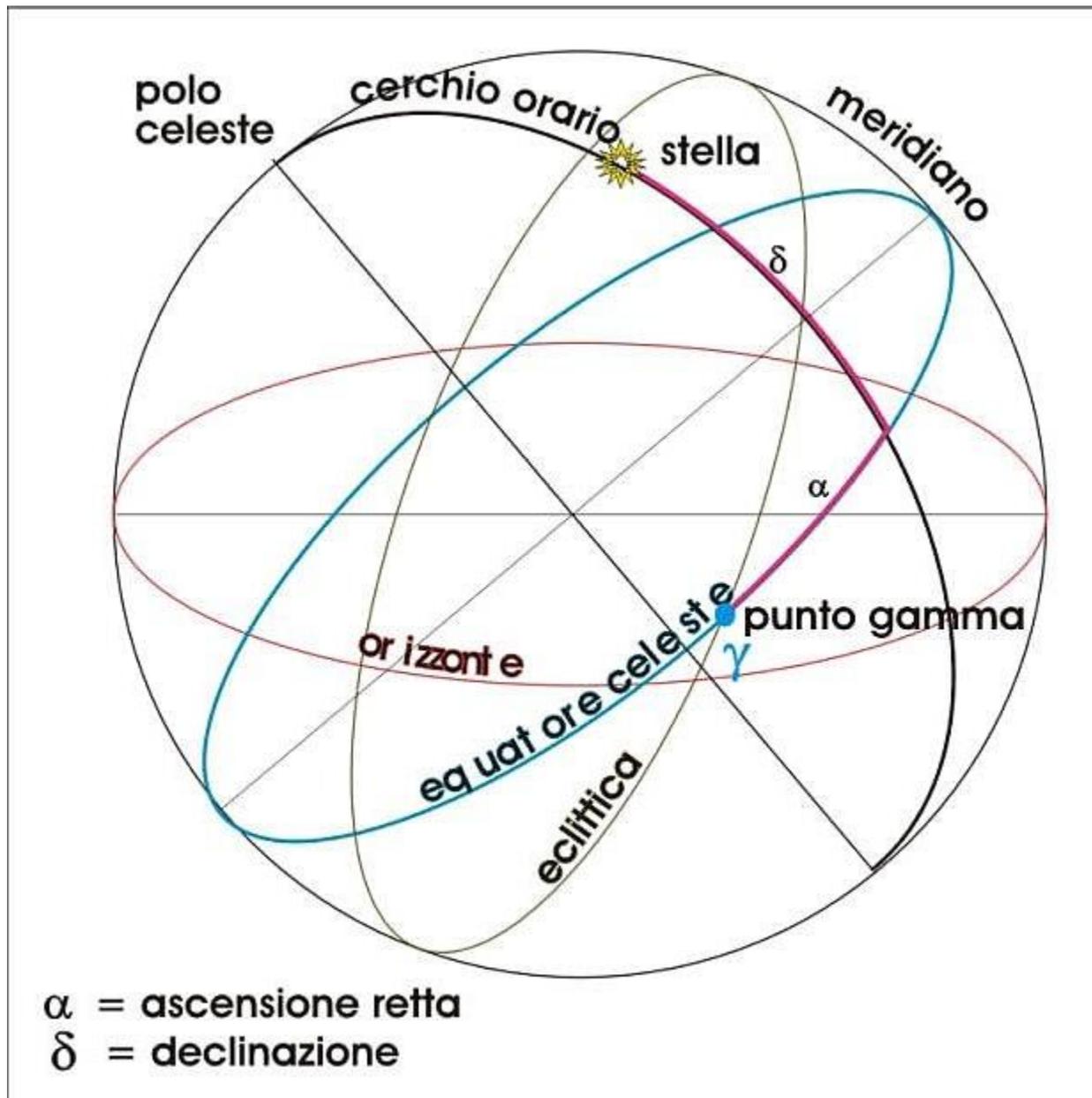
Sin dagli albori del cristianesimo era diffusa la tradizione di orientare i templi o più in generale i luoghi di culto verso la direzione est secondo il criterio denominato “*Versus Solem Orientem*” in quanto analogamente ai pagani, anche per i cristiani la salvezza e la rinascita erano collegate alla generica direzione cardinale orientale. Gesù Cristo aveva come simbolo il Sole (*Sol justitiae*, *Sol Invictus*, *Sol Salutis*) e la direzione est era simbolizzata dalla croce, rappresentazione del simbolo della vittoria. La simbologia solare così direttamente collegata al Cristo richiedeva quindi un’attenta progettazione dei luoghi di culto e un’altrettanto attenta loro orientazione rispetto alle direzioni astronomiche fondamentali. Nelle Costituzioni Apostoliche (II,7) del IV e V secolo veniva raccomandato ai fedeli di pregare dirigendosi verso l’est e lo stesso celebrante durante l’*“Actio Liturgica”* doveva parimenti essere rivolto in quella direzione; le Costituzioni Apostoliche, pur non risalendo agli stessi Apostoli, riflettono sicuramente le usanze e le consuetudini più antiche in questo senso.



Andamento della declinazione del Sole durante il corso dell'anno.

Come conseguenza di tali prescrizioni, tecnicamente si rese necessario progettare e costruire le chiese orientate con l’abside verso oriente e la facciata con la porta d’ingresso in direzione occidentale rispetto al baricentro della costruzione. Una delle personalità più prestigiose che contribuì a diffondere l’idea e l’abitudine di orientare i luoghi di culto verso direzioni solari astronomicamente significative fu Gerberto D’Aurillac, noto anche come Gerberto da Reims, nato intorno al 940 - 945 in Alvernia, nella Francia centrale e monaco benedettino ad Aurillac e a Reims. Gerberto, salì alla cattedra di S. Pietro nel 999 d.C. con il nome di Papa Silvestro II, ponendo fine al cosiddetto “Periodo Ferreo del

Papato", dopo essere stato abate del Monastero di Bobbio nel 983, poi vescovo di Ravenna. Gerberto D'Aurillac, amico di Ottone II e precettore di Ottone III di Sassonia, fu il principale artefice della conversione al Cristianesimo di Stefano I d'Ungheria garantendo vari feudi terrieri in quel paese alle abbazie benedettine. In gioventù, studiò Astronomia, Matematica e Geometria nella Spagna allora quasi interamente occupata dai Saraceni quindi ebbe numerosi contatti con la Matematica e l'Astronomia araba che a quel tempo era molto sviluppata. Di lui possediamo molti documenti che tra cui oltre 200 lettere scritte tra il 983 e il 997, il "Tractatus de Astrolabio" e dal 999, anno in cui salì al soglio pontificio, numerose bolle papali da lui emesse.



Il sistema di coordinate Equatoriali le quali definiscono la posizione di un astro mediante l'Ascensione Retta (α) contata, in ore, dal punto Gamma e la Declinazione (δ) che rappresenta l'altezza angolare rispetto al cerchio dell'Equatore celeste. Questo tipo di sistema di coordinate astronomiche è quello che viene utilizzato per eseguire i calcoli astronomici in Archeoastronomia.

Egli redasse anche il "Geometria" in cui riportò e descrisse un centinaio di soluzioni di vari problemi geometrici e molte loro applicazioni pratiche; soprattutto in questa opera rileviamo l'uso originale dell'astrolabio nella soluzioni di svariati problemi pratici in architettura che contribuirono alla diffusione dell'uso di questo particolare strumento ai fini di stabilire linee e proporzioni astronomicamente significative nelle chiese cristiane medioevali . Fino al 1400-1500 questo testo fu il riferimento ufficiale adottato dai progettisti e costruttori di chiese e cattedrali. In una delle sue bolle papali è raccomandato esplicitamente il criterio "*Versus Solem Orientem*" che consiste nell'orientare i luoghi di culto verso la direzione del punto dell'orizzonte in cui il Sole sorge ed in particolare il criterio "*Sol Aequinoctialis*" che utilizza il punto di levata dell'astro diurno quando la sua declinazione è pari a zero.



Gerbert d'Aurillac (Papa Silvestro II) e l'inizio del primo capitolo della sua opera "Geometria" che fu un testo fondamentale diffuso tra gli architetti medioevali.

Ciò avviene solamente agli equinozi. In realtà il concetto non era del tutto originale e Mandrieu nel suo "*Les Ordines Romani II*" riporta questa consuetudine già seguita da almeno 200 anni prima delle indicazioni di Silvestro II. Non fu però sempre così, infatti per un certo periodo, fino alla seconda metà del 400 d.C. i luoghi di culto furono costruiti con l'abside diretto verso occidente invece che verso oriente. Successivamente, appunto dalla seconda metà del 400, le orientazioni vennero invertite e le chiese furono progettate e costruite con l'abside rivolto ad oriente in modo che sia l'officiante che i fedeli pregassero rivolti nella direzione del sorgere del Sole. Durante l'VIII secolo però questa abitudine si interruppe di nuovo per alcuni anni, venendo nuovamente ripristinata

durante i secoli successivi. Le causa di queste inversioni di tendenza non sono note, anche se gli studiosi hanno formulato alcune ipotesi plausibili. Generalmente sono poche le chiese risalenti al periodo in cui avvennero le inversioni della direzione di orientazione che sono sopravvissute fino ai giorni nostri e di cui sia possibile un'accurata misurazione della direzione del loro asse. Nonostante ciò esistono illustri eccezioni, che conservano la temporanea tradizione di orientare l'abside verso occidente, esse si trovano entrambe a Roma e sono la Basilica di S. Pietro e quella di S. Giovanni in Laterano. Nell'alto Medioevo la costruzione delle chiese e più generalmente dei luoghi di culto cristiani era basata su un forte simbolismo mistico; si prevedeva l'orientazione di tutta la costruzione con l'abside ad oriente, meglio ancora se l'asse coincideva con la linea equinoziale.

CAPUT VIII.

De natura triangulorum.

Illud quoque in his triangulis speculari, quod juxta supradictam superius angulorum quantitatem in omni trigono ampligonio exterior, id est hebes angulus major est utrisque interioribus, id est acutis in ipso scilicet ampligonio trigono ex adverso constitutis, ipsique duo non solum exteriore sed etiam recto angulo minores probantur, ut in hoc:



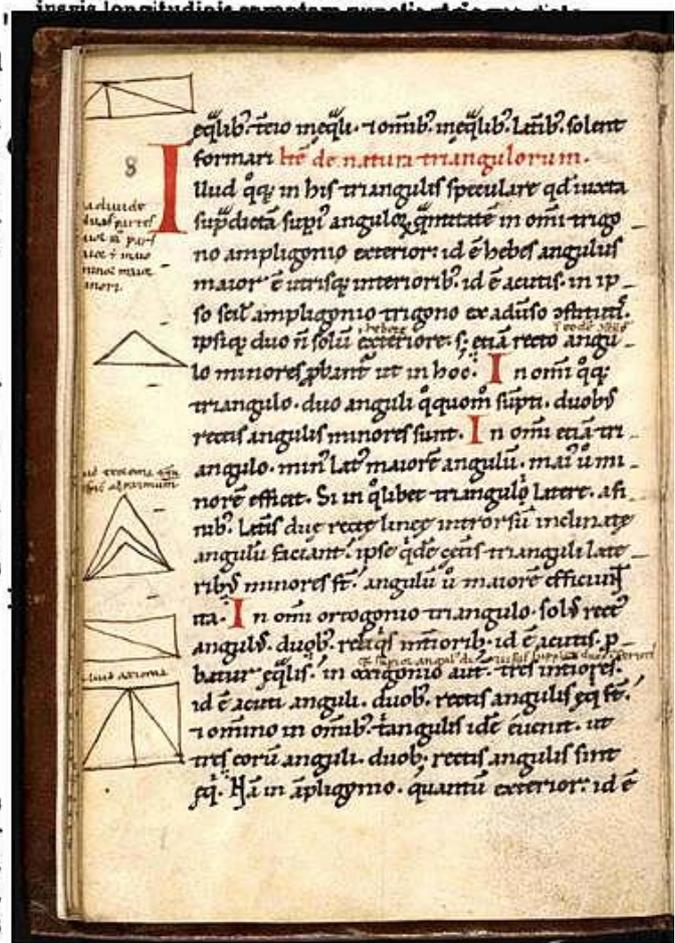
In omni quoque triangulo duo anguli quoquomodo sumpti duobus rectis angulis minores sunt.

In omni etiam triangulo minus latus majorem angulum, majus vero minorem efficit.

Si in quolibet trianguli latere a sinibus lateris duæ rectæ lineæ introrsum inclinatæ angulum faciant, ipsæ quidem cæteris trianguli lateribus minores sunt; angulum vero majorem efficiunt ita :



In omni orthogonio triangulo, solus rectus angulus duobus reliquis interioribus, id est acutis, probatur æqualis. In oxygonio autem tres interiores, id est acuti singuli duobus rectis angulis æqui sunt, et omnino in omnibus triangulis idem evenit, ut tres



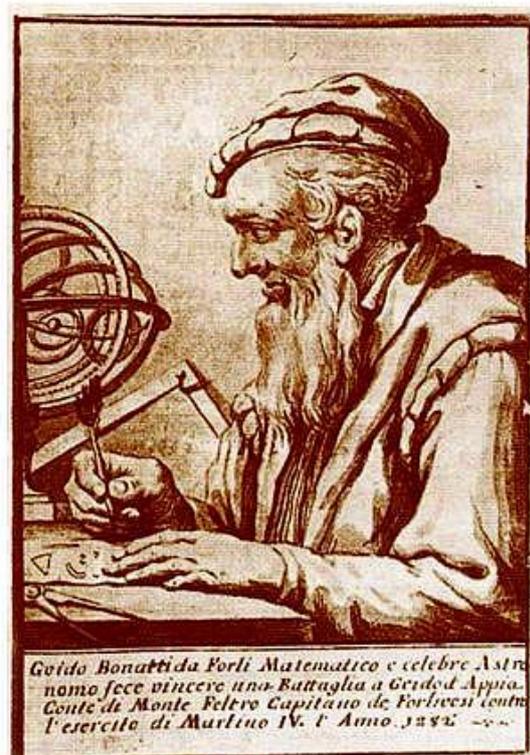
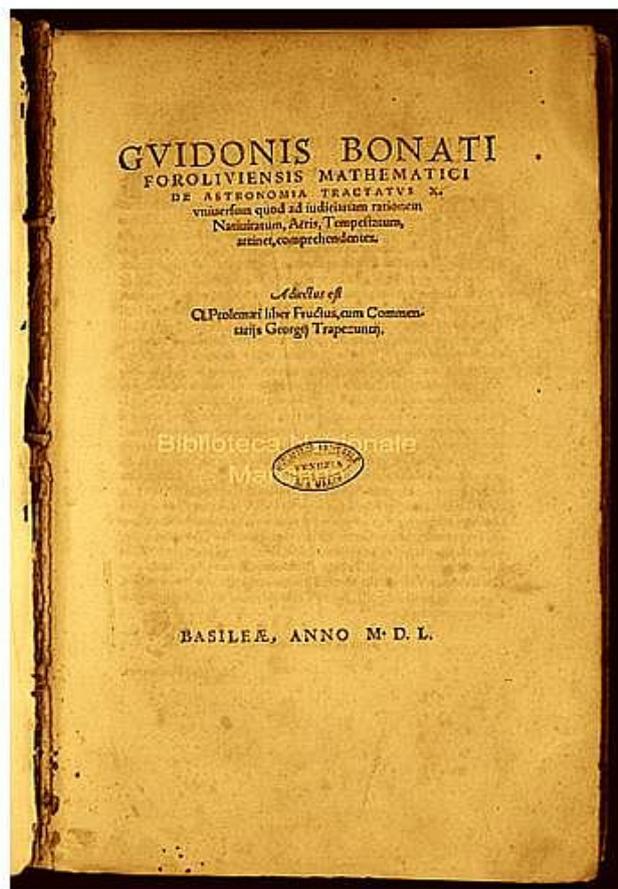
Una pagina del Geometria Gerberti dedicata ai triangoli

Le ragioni per cui vennero adottati criteri astronomici sia per l'orientazione dell'asse della chiesa sia per la disposizione delle monofore praticate nell'abside maggiore e nelle absidole laterali, furono spesso dettate da esigenze mistiche e simboliche più che reali. Infatti è scritto che la Croce di Cristo fu eretta sul monte Calvario in modo da essere rivolta verso ovest, quindi i fedeli in adorazioni devono essere rivolti ad est che per antica tradizione è la zona della luce e del bene (*pars familiaris*) in contrapposizione con la "*pars hostilis*" che identifica la direzione occidentale. Per tradizione Cristo salì in cielo ad oriente dei discepoli ed è consuetudine che cos' facessero anche i Martiri. Sempre secondo la tradizione l'aurora è il simbolo del Sole della Giustizia che si annuncia e anche il Paradiso Terrestre veniva ritenuto, dai primi cristiani, essere genericamente ad oriente. Il Concilio

di Nicea ribadì chiaramente il criterio "*Versus Solem Orientem*", comune spesso sin dalla remota antichità anche ai templi pagani, soprattutto quelli greci. I padri conciliari affermarono nel 325 d.C.: <<*ecclesiarum situs plerimque talis erat, ut fideles facie altare versa orantes orientem solem, symbolum Christi qui est sol iustitia et lux mundi interentur*>> (Carolus Kozma De Papi, 1861). Dal punto di vista pratico, per quanto concerne le antiche chiese costruite lungo l'arco alpino, si rilevano orientazioni tali da addensarsi intorno a valori di azimut alcuni gradi più a settentrione rispetto alla esatta direzione del punto cardinale est, ovvero le antiche chiese alpine risultano generalmente orientate verso taluni punti dell'orizzonte fisico locale, rappresentato dal profilo dell'orografia locale visto dal luogo dove sorgeva l'edificio di culto, nei quali sorgeva il Sole all'alba di un giorno compreso tra la data effettiva dell'equinozio di primavera fino a circa un mese dopo di esso. La spiegazione più razionale di questa deviazione rispetto alla pura ed esatta direzione equinoziale (azimut pari a 90 gradi), tanto raccomandata ad esempio negli scritti di Guglielmo Dorando da Mende, vescovo del XIII secolo: <<...*Debet quoque (ecclesia) sic fundari, ut caput inspiciat versus Orientem... videlicet versum ortum solis, ad denotandum, quod ecclesia quae in terris militat, temperare se debet aequanimiter in prosperis, et in adversis; et not versus solstitialem, ut faciunt quidam*>>, è dovuta alla consuetudine di celebrare solennemente il rito di fondazione del luogo sacro all'alba del giorno di Pasqua. In quel giorno il punto di levata del Sole all'orizzonte naturale locale definiva solennemente la direzione verso cui l'asse della chiesa doveva essere diretto e verso cui l'abside della chiesa doveva essere costruito. A questo proposito è interessante ricordare quale fosse la procedura normalmente seguita dagli architetti medioevali qualora fosse stata loro commissionata la progettazione di un luogo di culto cristiano. Nel Medioevo le chiese erano generalmente progettate a forma di croce con l'abside orientato ad est. L'ingresso principale era quindi posizionato sul lato occidentale, in corrispondenza dei piedi della croce in modo che i fedeli entrati nell'edificio camminassero verso oriente simboleggiando l'ascesa di Cristo. La direzione orientale corrisponde a quel segmento di orizzonte locale in cui i corpi celesti sorgono analogamente, dal punto di vista simbolico, alla stella della nascita di Cristo, nota come "*la stella dell'est*". Le chiese dovevano assolvere agli aspetti puramente liturgici quindi le istruzioni che venivano date agli architetti in fase di progettazione si basavano su tutta una serie di indicazioni tratti dalla simbologia liturgica della religione cristiana. Era poi l'architetto ad impiegare Matematica, Geometria e Astronomia al fine di esprimere simbolicamente la funzione liturgica del culto. Il significato metaforico era notevole, infatti la cupola stava sovente a rappresentare la volta del cielo, mentre l'altare simboleggiava la cima della croce di Cristo, posta sulla montagna sacra: il Calvario. L'architetto sfruttava le proprie cognizioni di Astronomia di posizione per ricavare mediante osservazioni, calcoli e costruzioni geometriche la direzione di orientazione più opportuna per verificare le specifiche simboliche richieste dai committenti. L'Astronomia però era solo un mezzo per esprimere le funzioni liturgiche e simboliche del monumento. Ma perché l'Astronomia fu così presente nell'architettura sacra cristiana durante il Medioevo? È noto e ben documentato che il solstizio invernale abbia rappresentato, durante l'anno, un momento importante presso quasi tutte le popolazioni antiche, anche al di fuori dell'Europa, tanto da essere commemorato con una festa rituale che prevedeva tutta una serie di riti propiziatori atti ad onorare il Sole e a favorire il ritorno alla bella stagione. Il moto apparente del punto di levata del Sole all'orizzonte locale in direzione sud, il suo rallentamento durante i giorni che precedono di poco il solstizio invernale, l'inversione della direzione del moto

apparente ed il conseguente progressivo allungamento delle giornate erano un chiaro sintomo che la stagione invernale sarebbe presto terminata e con essa le difficoltà di sopravvivenza. Era il momento della "rinascita del Sole". Anche la Cristianità fece proprio questo concetto e secondo le scritture, la nascita di Gesù venne stabilita essere avvenuta proprio in vicinanza della data di Solstizio di Inverno, mentre il suo concepimento fu posto in prossimità dell'equinozio di primavera dove la ricorrenza dell'Annunciazione o Incarnazione (25 Marzo) ne celebrava il significato simbolico e liturgico. La conseguenza rituale è che ancora oggi la direzione della levata del Sole al solstizio d'inverno corrisponde grosso modo al sorgere del Sole nel giorno della festa solstiziale cristiana per eccellenza, cioè il Natale. Dopo aver accennato al significato rituale della direzione solstiziale, vediamo ora di mettere in evidenza i significati mistici che stanno dietro alla direzione equinoziale, soprattutto quella primaverile. Questa direzione potrebbe essere correlata con la data della Pasqua che, come è noto, si celebra la domenica più vicina al primo plenilunio dopo l'equinozio di primavera. Essendo, però la data della Pasqua, mobile rispetto alla data dell'equinozio a causa dei vincoli lunari, l'orientazione in accordo con la posizione del Sole nascente a Pasqua non poteva essere codificata in maniera fissa. Siccome la data della Pasqua può oscillare entro grosso modo 30 giorni oltre l'equinozio di primavera, cioè 1 mese sinodico lunare (29.5306 giorni) la differenza di orientazione rispetto alla linea equinoziale può arrivare fino a circa 18 gradi a nord dell'est. Questo significa che orientazioni comprese tra i 72 e i 90 gradi potrebbero essere correlate con la posizione del sorgere del Sole il giorno di Pasqua dell'anno di fondazione della chiesa. Oltre alla direzione del sorgere del Sole a Pasqua esistono anche altri significati mistici che la Chiesa antica collegò alla direzione equinoziale. Tale direzione era correlata anche con la data della ricorrenza detta dell'Incarnazione (o Annunciazione) festeggiata il 25 Marzo, che fino al Concilio di Nicea (325 d.C.), presieduto dall'imperatore romano Costantino il Grande, era ritenuto essere la data dell'equinozio di primavera, in accordo con il calendario giuliano allora ufficialmente accettato dalla Chiesa di Roma. Dal punto di vista astronomico la data equinoziale corretta era invece il 20 Marzo (alle ore 11:54 di Tempo Universale), la data del 25 Marzo era corretta al tempo di Giulio Cesare, ma il problema sarebbe stato risolto solamente nel 1582 con la riforma gregoriana del calendario. Nel 1001 d.C. la data astronomica dell'equinozio cadde il 15 Marzo, nel 1401 il 12 del mese e dopo la riforma si passò per decreto papale al 21 Marzo. I quattro giorni di differenza tra il 21 e il 25 implicavano circa 3 gradi di errore sistematico nella definizione della corretta direzione della linea equinoziale qualora l'architetto incaricato della costruzione avesse deciso di orientare l'asse della chiesa osservando la direzione del Sole nascente all'alba del giorno dell'equinozio di primavera indicato dal calendario, senza eseguire alcuna rilevazione astronomica sperimentale della corretta direzione equinoziale. Nell'anno 1000 addirittura la discrepanza tra l'equinozio vero e quello indicato dal calendario era di 10 giorni corrispondenti a circa 5 gradi di errore nell'orientazione dell'edificio sacro. Alla luce di questi fatti è quindi importante cercare di capire come i criteri suggeriti da Gerberto d'Aurillac e dalle usanze più antiche furono messi in pratica dagli architetti e dai progettisti dei luoghi di culto dal Medioevo. L'orientazione rigorosa di una costruzione lungo la direzione equinoziale era, dal punto di vista operativo, un problema di non facile soluzione. La metodologia più moderna disponibile durante il Medioevo è quanto riportato dal "Geometria" di Gerberto d'Aurillac oppure nel "De Architectura" di Vitruvio o nel "De limitibus constituendi" di Iginio il Gromatico o addirittura nella "Naturalis

Historia” di Plinio il Vecchio e le necessarie conoscenze astronomiche erano per lo più bagaglio culturale degli esponenti del clero sia monastico che secolare. In realtà durante il Medioevo l’orientazione equinoziale dei luoghi di culto era fortemente consigliata, ma non era precetto da rispettarsi in maniera rigida e dogmatica quindi esistono chiese con orientazione differente da quella prevista dal criterio “*Sol Aequinoctialis*”, ma generalmente, salvo qualche caso per la verità molto interessante, l’orientazione rimaneva coerente con il criterio “*ad Solem Orientem*”. Inizialmente era necessario disporre di una semplice, ma efficiente strumentazione atta ad individuare la direzione cercata, in secondo luogo era richiesta l’applicazione di un procedura di lavoro, basata su semplici ed elementari cognizioni di Geometria e di Astronomia di posizione, ma capace di condurre a risultati corretti ed infine erano richieste una o più persone capaci di portare a termine l’operazione in maniera sufficientemente accurata, essendo nel contempo capaci di eseguire le osservazioni astronomiche necessarie ad acquisire i riferimenti basilari per la corretta esecuzione del loro lavoro.

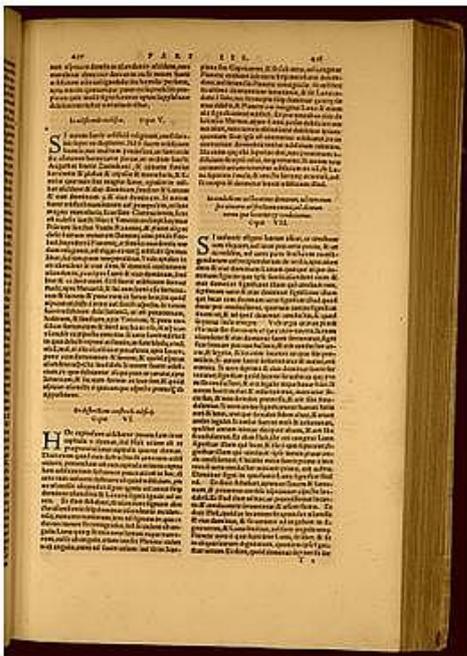


**Guido Bonatti
da Forlì**

Guido Bonatti da Forlì e il frontespizio del suo “*De Astronomia Tractatus X*”: un’opera fondamentale dal punto di vista astrologico per la scelta della data più propizia per la fondazione delle chiese, durante il medioevo.

Come abbiamo detto, durante il medioevo l’edificazione di una chiesa doveva soggiacere a regole ben precise di orientazione del suo asse ingresso-abside, ma anche nello stabilire il periodo in cui il rito di fondazione doveva essere celebrato. Guido Bonatti da Forlì, matematico, astronomo e astrologo attivo a Parigi durante il XIII secolo, nel suo “*Decem continens tractatus astronomiae*”, di cui si dispone di un’edizione pubblicata a Venezia nel

1506, mette in evidenza che le chiese, essendo centri di potere divino dovevano essere innalzate secondo scrupolose regole rituali seguendo il corso dei cieli e che dovevano essere edificate quando si verificano talune congiunzioni astrali favorevoli. In particolare l'epoca di fondazione delle chiese era scelta in accordo con la levata all'orizzonte, per la prima volta durante l'anno, delle stelle della costellazione dell'Ariete, quindi il periodo scelto era di poco successivo all'equinozio di primavera ed era in accordo con le regole astronomiche della celebrazione della Pasqua cristiana. La ragione non era solo mistica, ma rispondeva anche a due esigenze Pratiche ben precise, la prima delle quali era rappresentata dal fatto che quello era il periodo in cui il gelo e le piogge invernali cessavano ed il terreno diventava più morbido consentendo agli operai di lavorare agevolmente.



Guido Bonatti
da Forlì
De Astronomia
tractatus X

In aedificando ecclesias. Caput V.

SI autem fuerit aedificium religionis, considera-
bis super eo dupliciter. Nam si fuerit aedificium
humile, nec multum preciosum, ut sunt eccle-
siae communes, heremitoriae paruae, ut ordinis sancti
Augustini fratris Zaniboni, & abbatiae similes
heremitis & plebes & capellae & monasteria, & si-
milia quae non sint magnae fame, aptabis in tali-
bus ascendens & eius dominum, similiter & Lunam
& eius dominum 9. & eius dominum. Si autem
fuerit aedificium nominatum uel pomposum, ut sunt
magna monasteria, sicut sunt Claraualentia, sicut
est ecclesia sancti Marci Venetiarum archiepiscopatus
Pisarum, sanctus Vitalis Rauennae, & plures aliae ec-
clesiae fratrum minorum Bononiae, tam panile For-
lii, baptisterium Florentiae, et similia excedentia mo-
dum religionis, non eligas eis tantum aedificium spiritua-
libus, sed tanquam temporalibus. Unde aptabis in
eis ascendens & eius dominum, & dominum exaltationis
ascendens, praecipue Lunam & eius dominum, simi-
liter & 10. loco noni. Et si fuerit aedificium domus
studij, apta Mercurium, & fac eum boni esse fortuna-
rum & fortem: & pone eum in bono loco, ita quod
aspiciat ascendens a trino uel sextili aspectu. Si autem
fuerit aedificium delectationis, ut est potationum,
ludorum, & similia, apta Venerem, & pone eam
scilicet fortunatam & forte atque boni esse,
ascendens ex aspectu amicitiae. Si uero fuerit aedificium
in quo debeant reponi uisualia, ut sunt blada, uinum,
oleum, mel, et alia esculentia et poculenta, apta Iouem,
pone eum fortunatum & fortem, & quod aspiciat
ascendens aspectu laudabili. Si autem fuerit aedificium
in quo debeantur aliqui poni in carcere, apta
Saturnum, & fac eum fortem in loco suo, & quod
aspiciat ascendens a quocunque aspectu praeterquam ab
oppositione.

Il paragrafo "In aedificando ecclesia" tratto dal V capitolo del "De Astronomia Tractatus X" di Guido Bonatti in cui vengono date le prescrizioni astrologiche per l'edificazione di una chiesa rimanendo sotto gli auspici astrologici favorevoli. Nel testo viene citata la Luna come astro molto importante di cui tenere conto.

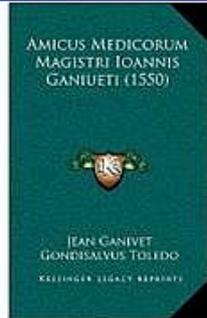
L'altra ragione era quella di avere a disposizione un lungo periodo di tempo, fino al successivo inverno, per portare a termine i lavori di edilizia, in modo tale che la costruzione potesse essere completata o quasi prima dell'arrivo della brutta stagione. Talvolta anche l'anno in cui i lavori dovevano iniziare era scelto con cura in funzione di particolari eventi astronomici favorevoli ai quali gli astrologi attribuivano grande significato. Nel 1406, Jean Ganivet scriveva: <<Si uelis aedificare aedificium duraturum, considera in fundazione stallas fixas in primario et conferas eis planetas benevolos >> (Jean

Ganivet, "Coeli enarrant", Lione 1406). <<Se vuoi edificare un edificio durevole, nella fondazione osserva primariamente le stelle fisse e paragona ad esse i pianeti benevoli>> scrive il Ganivet, quindi non solo la levata eliaca delle stelle dell'Ariete definiva il periodo stagionale più favorevole, ma le posizioni planetarie, soprattutto quelle di Marte e Giove, nelle costellazioni zodiacali stabilivano gli anni più adatti per l'edificazione degli edifici sacri, soprattutto quelli di rilevante importanza. La conseguenza è che nessuno dei luoghi di culto medioevali sorse secondo criteri casuali, ma ciascuno venne edificato seguendo i canoni costruttivi e soprattutto di orientazione, i quali ribadivano la tradizione diffusa di orientare i templi o più in generale i luoghi di culto verso la direzione cardinale est (*Versus Solem Orientem*) ed in particolare verso il punto di levata del Sole agli equinozi (*Sol Aequinoctialis*).



significatione. luna subalbescit.
De edificijs inchoadis capitulum quintum.
Si velis edifica
re civitate vel edificium duraturus
confidera in fundatōe civitatum
stellas fixas primario et conferas eis planetas
benevolos. in fundatōe domoꝝ confidera pri
mo planetas et cōferas eis naturas signoꝝ
et stellarum de natura stabilitatis. dum luna
fuerit meridionalis descendens in scorpione
vel in piscibus non incipias edificare quia ci

Si velis aedificare aedificium duraturum
considera in fundazione stellae fixae in
primario et conferas eis planetas benevolos.
 (Jean Ganivet "Caeli Enarrant", Lione 1406)



Il testo "Amicus Medicorum, ..., Caeli Enarrant" di Jean de Ganivet in cui vengono date alcune prescrizioni astrologiche necessarie alla costruzione di un edificio di culto che era anche un edificio di potere. In questo caso anche i pianeti e le stelle visibili devono contribuire alla scelta della data di fondazione di una chiesa o di una cattedrale.

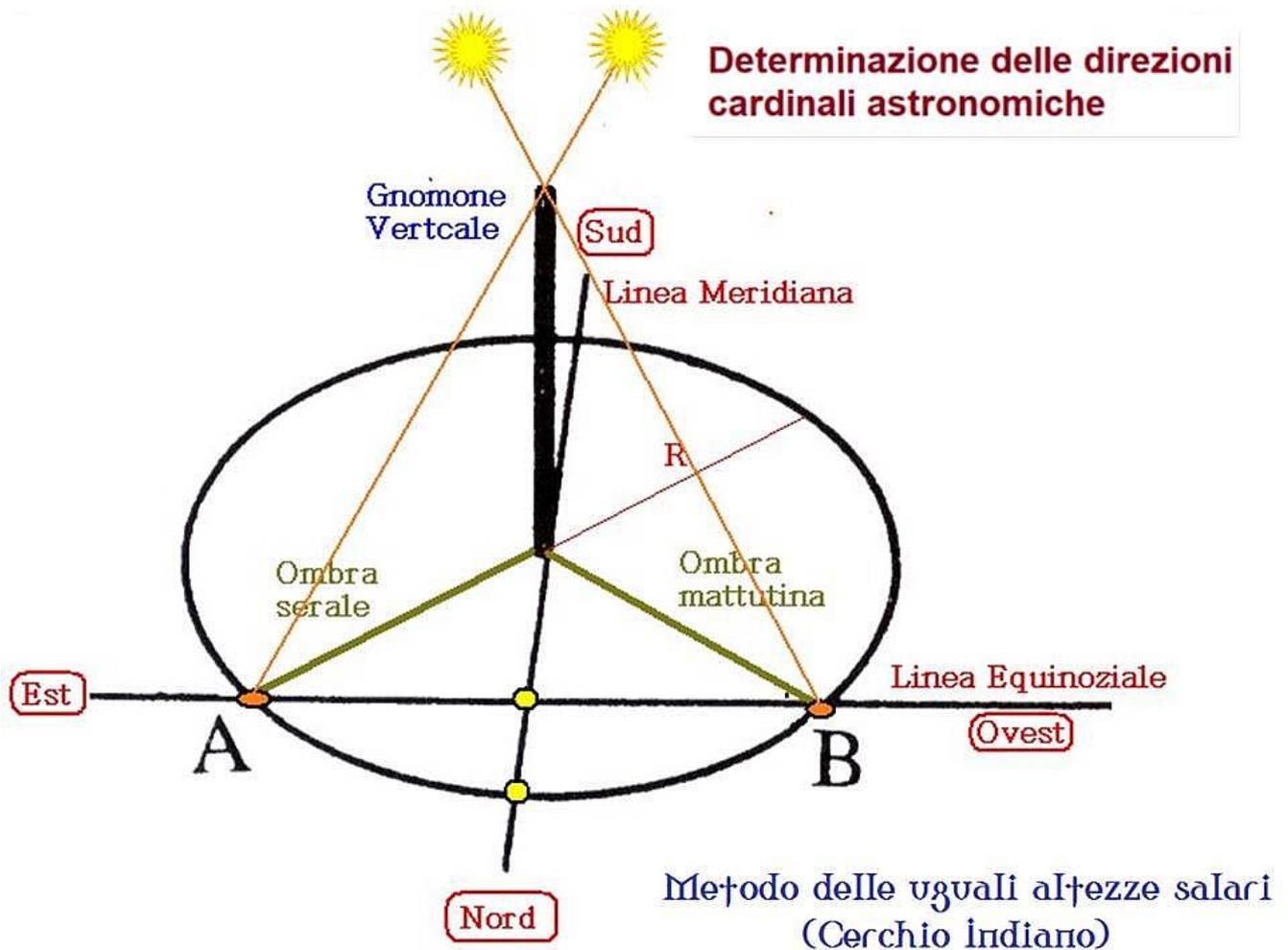
La rigorosità nell'orientazione è un elemento che però andò decadendo nel tempo, attraverso i secoli. L'analisi dell'orientazione degli assi dei luoghi di culto medioevali presenti lungo l'arco alpino, rispetto alla direzione del meridiano astronomico locale, ha messo in evidenza una correlazione tra la data di edificazione della chiesa e l'ampiezza

della distribuzione delle orientazioni rilevate sperimentalmente. Le chiese costruite prima del 1500 sono caratterizzate da una orientazione molto accurata, mentre da 1500 in poi, fino al 1700, l'orientazione diviene meno precisa fino ad arrivare dal 1700 in poi, epoca in cui i luoghi di culto tendono ad essere orientati in maniera quasi casuale. Questo è evidente soprattutto nei borghi, mentre le chiese isolate nelle vallate rimangono ancora abbastanza ben orientate anche nel XVIII secolo. La spiegazione di questo fatto è abbastanza intuitiva. Prima del 1500 non essendo diffuso in architettura l'uso della bussola era necessario utilizzare le osservazioni astronomiche per determinare le linee equinoziale e meridiana. Successivamente l'uso della bussola produsse chiese orientate secondo la direzione del punto cardinale est magnetico che differiva in maniera variabile nel tempo dall'est astronomico a causa della declinazione magnetica locale e della sua variazione; tali discrepanze possono essere attualmente misurate e i moderni computer consentono di ricostruire le direzioni astronomiche fondamentali per un certo luogo, nei tempi passati.

I metodi pratici di orientazione delle chiese medioevali

Durante il Medioevo gli edifici di culto cristiano venivano allineati lungo alcune direzioni astronomicamente significative secondo svariati criteri i quali erano differenti a seconda della popolazione che edificava che chiese, della sua impostazione culturale, delle sue usanze, dall'epoca e del luogo in cui esse venivano costruite. Le medesime orientazioni astronomiche potevano quindi essere stabilite da operatori diversi utilizzando differenti schemi operativi e quindi raggiungendo accuratezze anche molto differenti l'una dall'altra. L'analisi arqueoastronomica condotta mediante i più moderni criteri di misura, analisi ed interpretazione consente di mettere in evidenza quale fosse l'accuratezza raggiungibile dagli operatori, caso per caso, durante il loro lavoro. A questo punto bisogna fare il punto della situazione riassumendo i criteri astronomici possibili ed eseguendo una rigorosa analisi dell'accuratezza potenzialmente raggiungibile con ciascuno di essi e praticamente raggiunta durante il medioevo. Prendiamo inizialmente in esame l'orientazione solare dell'asse della navata ed analizziamo il caso in cui fosse richiesta l'orientazione canonica, secondo il criterio *Sol Aequinoctialis*, la quale prevedeva l'allineamento dell'asse della navata della chiesa verso il punto di levata del Sole all'equinozio di primavera oppure, meno frequentemente, all'equinozio di autunno. Vediamo ora il caso dell'applicazione del metodo geometrico-astronomico che prevedeva la determinazione della Linea Equinoziale locale mediante il metodo del Cerchio Indiano (detto anche delle "uguali altezze solari") o con un altro metodo equivalente. L'analisi del metodo e delle condizioni di applicazione ha mostrato che l'accuratezza teoricamente raggiungibile dipende dal raggio del cerchio tracciato sul terreno ed è inversamente proporzionale al suo raggio. L'errore di orientazione andava da poco più di 1° nel caso di un cerchio di 1 metro di raggio, mentre scendeva a $0,4^\circ$ nel caso di un raggio dell'ordine dei 10 metri. L'errore in più o in meno rispetto alla direzione equinoziale astronomica vera, però poteva essere più consistente nelle aree di montagna poiché il metodo del cerchio indiano nella sua formulazione canonica non tiene conto dell'elevazione dell'orizzonte naturale locale rispetto a quello astronomico, quindi se un errore minimo era potenzialmente possibile in pianura dove l'orizzonte è piatto e praticamente coincidente con quello astronomico, in montagna dove l'orizzonte è fortemente variabile e

variamente elevato rispetto a quello astronomico, l'errore che poteva essere commesso era di entità ben maggiore, arrivando appunto anche ai 3°, ma in casi estremi anche oltre.



Il metodo delle Uguali Altezze Solari (o dell'Almucantarato), comunemente noto come Metodo del Cerchio Indiano per materializzare sul terreno le direzioni cardinali astronomiche.

Questo era dovuto al fatto che se da un lato il metodo geometrico consentiva una buona valutazione della direzione equinoziale locale dall'altro, se l'orizzonte di sfondo era elevato, il Sole nel giorno di equinozio sorgeva da dietro le alture spostato verso sud di una differenza di azimut che dipende in maniera complessa dalla latitudine geografica del luogo. L'analisi del metodo mostra chiaramente che dal punto di vista pratico l'altezza angolare apparente dell'orizzonte naturale locale gioca un ruolo fondamentale ai fini dell'accuratezza potenzialmente raggiungibile nello stabilire la direzione della linea equinoziale. L'ampiezza dell'arco percorso sul terreno dall'ombra dello gnomone dipende dall'arco percorso dal Sole sulla Sfera Celeste al di sopra dell'orizzonte naturale locale. Appare quindi evidente che al solstizio d'estate la precisione potenzialmente raggiungibile è maggiore. Paradossalmente in talune località alpine situate nel profondo di valli molto strette, durante l'inverno, il Sole non riesce a salire al disopra del profilo delle montagne di sfondo. Alla latitudine di 45° N lo spostamento angolare verso sud del punto di levata del Sole all'orizzonte naturale locale rispetto al suo corrispondente

all'orizzonte astronomico locale è pari alla differenza di altezza angolare tra i due orizzonti. Facciamo un esempio, un po' estremo, ma che rende bene l'idea: ad una latitudine geografica di 45° il metodo del Cerchio Indiano permette di stabilire la direzione equinoziale, cioè quella il cui azimut astronomico è pari a 90° . Se il luogo è posto in una valle alpina tra alte montagne, può accadere che l'altezza dell'orizzonte naturale locale sia dell'ordine di 35° . Orbene, nei giorni di equinozio il disco solare sorgerà all'orizzonte astronomico secondo un azimut di 90° , ma rimarrà nascosto dietro le montagne fintato che il suo moto apparente diurno lo condurrà ad aver superato il 35° di altezza angolare dell'orizzonte naturale locale. A questo punto il Sole sorgerà spostato verso sud di 35° circa, che sommati ai 90° della linea equinoziale conducono ad un azimut astronomico pari a 125° , valore tipico della levata del Sole al ...solstizio d'inverno. In questa situazione affinché il disco solare appaia da dietro l'orizzonte naturale locale esattamente ad Est è necessario che sorga all'orizzonte astronomico locale con un azimut pari a circa $90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$ cioè al solstizio d'estate... Questa è una situazione estrema, ma non è assolutamente rara in ambito alpino e chi stabiliva le orientazioni delle chiese doveva tenerne accuratamente conto se lo scopo era che i raggi del Sole nascente agli equinozi penetrassero attraverso la monofora absidale centrale illuminando l'interno della navata della chiesa. Prendiamo ora in esame l'applicazione di un metodo puramente astronomico utilizzando un almanacco per prevedere la data dell'equinozio. In questo caso la procedura era quella dell'orientazione "a vista" e l'operatore si posizionava prima dell'alba nel luogo dove la chiesa doveva essere costruita ed attendeva il levar del Sole, segnando sul terreno la direzione verso punto dell'orizzonte dove l'astro diurno faceva capolino. Il metodo era quindi basato sull'osservazione diretta della levata del Sole nel giorno dell'equinozio di primavera o di autunno, segnato dal calendario, quindi teoricamente il 21 Marzo del calendario giuliano, all'orizzonte naturale locale ed il conseguente allineamento della navata della costruenda chiesa verso quella particolare direzione. In questo caso l'accuratezza del rilievo della direzione equinoziale era dell'ordine dei $15'$ in più o in meno, tale infatti è il valore angolare del semidiametro medio apparente del disco del Sole, ma l'accuratezza di orientazione saliva nuovamente ad $1^\circ \div 3^\circ$ in più o in meno rispetto alla direzione equinoziale teorica a causa di alcuni problemi operativi, ma la fonte di errore più importante era la differenza in azimut dovuta all'errore del calendario giuliano rispetto alla data vera di equinozio all'epoca in cui la misura della direzione era stata eseguita, infatti l'errore progressivo del calendario giuliano rispetto al computo solare astronomico vero produce un errore nell'azimut di orientazione pari a circa $0^\circ,7$ per ogni giorno di ritardo o di anticipo della data equinoziale prevista dall'almanacco rispetto al vero equinozio astronomico. Nell'anno 1000 l'equinozio di primavera avvenne il 15 Marzo, mentre il calendario giuliano lo poneva al successivo 21 Marzo, quindi l'errore complessivo in azimut sulla determinazione sperimentale della linea est-ovest astronomica era, alla latitudine di 45°N , un valore pari a circa 4° verso nord. In questo modo l'operatore credeva di aver stabilito la direzione di azimut pari a 90° cioè la linea equinoziale, invece la direzione da lui stabilita per l'orientazione della chiesa era caratterizzata da un azimut astronomico pari a solamente 86° invece che 90° , come desiderato: il Sole che levava quel giorno non era posto esattamente sull'equatore celeste, ma se ne stava consistentemente al di sopra. Se invece la procedura avveniva all'equinozio di autunno allora la differenza di azimut era nel senso opposto tanto che alla data prevista dal calendario l'azimut astronomico di levata del Sole era di oltre 3° maggiore dei 90° teorici. Tali discrepanze erano destinate ad aumentare con

il crescere dello sfasamento tra il calendario giuliano e il vero computo solare astronomico. Prendiamo ora in esame il criterio cosiddetto "di Orientazione Pasquale", che prevede che l'asse della navata della chiesa dovesse essere allineato verso il punto dell'orizzonte dove il Sole sorgeva alla mattina della Domenica di Pasqua (secondo lo stile romano) dell'anno di fondazione. La data della Pasqua era desunta dall'almanacco ecclesiastico. L'orientazione avveniva osservando *a vista* la levata del Sole nel giorno della Pasqua (Romana) segnato dal calendario, all'orizzonte naturale locale e allineando dell'asse della navata verso quella direzione. La Pasqua deve cadere la prima domenica dopo il primo plenilunio successivo all'equinozio di primavera, quindi la festività non si celebra ogni anno in corrispondenza di una data fissa potendo cadere in un giorno di calendario qualsiasi posto tra 1 e 29,53 giorni (approssimati a 30) che corrisponde ad 1 mese sinodico lunare, dall'equinozio di primavera in avanti. Per questo fatto l'azimut di orientazione della navata di una chiesa allineata in questo modo è variabile a seconda dell'anno di fondazione e quindi a seconda del giorno del calendario in cui cade la domenica di Pasqua in quel particolare anno. Quando si misura l'azimut di orientazione delle chiese allineate secondo questo criterio è possibile rilevare un azimut compreso tra 72° e 90°. Spesso questo valore aiuta a stabilire l'effettivo anno della fondazione (o della consacrazione) della chiesa se l'incertezza nella data di fondazione rilevabile dai documenti d'archivio è compresa entro 50 o 100 anni. Consideriamo adesso il caso dell'orientazione dell'asse della navata verso il punto di levata del Sole al solstizio d'inverno. In questo caso sono possibili alcuni metodi operativi che sappiamo essere stati utilizzati a questo scopo dagli architetti medioevali. Esaminiamo in primo luogo un criterio di orientazione basato sull'uso della geometria, in particolare eseguendo la determinazione della direzione del sorgere del Sole al solstizio d'inverno costruendo il decagono regolare inscritto nel cerchio generatore ed utilizzandone le particolari proprietà di corrispondenza astronomica delle direzioni dei vertici e dei punti medi dei lati con le principali direzioni solari. L'analisi degli errori mostra che l'accuratezza di orientazione poteva variare, nell'anno 1000, tra i valori di 1° ÷ 3° a seconda della latitudine geografica del luogo dove veniva costruita la chiesa. Nel caso del solstizio d'inverno, ad una latitudine di 45° N il metodo geometrico forniva una direzione di azimut astronomico pari a 126°, mentre il vero azimut della levata solare era pari a 123°,7; a 46° N la levata solstiziale solare avveniva a 124°,4; a 47° N l'azimut del sole nascente era pari a 125°,1 che diventavano 125°,9 ad una latitudine di 48° N. In più si ripresentava nuovamente il problema che la costruzione geometrica è riferita all'orizzonte astronomico locale e non tiene conto dell'elevazione dell'orizzonte naturale locale rispetto a quello astronomico locale e quindi era necessario introdurre una correzione dell'azimut di orientazione aggiungendo un piccolo angolo il cui valore, alle latitudini padano-alpine era pari all'incirca all'altezza dell'orizzonte naturale locale rispetto a quello astronomico. Ad esempio se il Sole sorgeva dietro una collina elevata di 5° rispetto alla linea orizzontale astronomica locale allora la direzione teorica della levata solare ottenuta con la costruzione geometrica doveva essere ruotata verso sud di quel valore angolare, cioè di 5°: in quella direzione il Sole avrebbe fatto capolino dal bordo della collina esattamente all'alba del solstizio d'inverno. Questa semplice regola valeva anche per le direzioni di tramonto dell'astro: lo spostamento dovuto all'elevazione dell'orizzonte era sempre verso sud quindi la rotazione doveva essere applicata nel senso opposto. L'orientazione solstiziale invernale era possibile anche mediante l'osservazione *a vista* della levata del Sole nel giorno del solstizio d'inverno, segnato dall'almanacco e stabilito dal calendario

giuliano, cioè il 21 Dicembre, all'orizzonte naturale locale e quindi eseguendo l'allineamento della navata verso quella particolare direzione. Anche in questo caso l'accuratezza del rilievo della direzione era pari a circa 15' in più o in meno e la conseguente accuratezza di orientazione della navata della chiesa era pari ad $1^\circ \div 3^\circ$ a causa della procedura operativa. Anche in questo caso si verificava l'errore del calendario rispetto al vero computo solare, ma con effetti molto più limitati. Il movimento giornaliero del punto di levata del Sole al solstizio d'inverno è più lento di quello equinoziale dove raggiunge il suo valore massimo e quindi la differenza in azimut dovuta all'errore del calendario giuliano rispetto alla data vera di solstizio era solamente circa 0,1 gradi/giorno. Nell'anno 1000 il solstizio d'inverno cadde tra il 15 ed 16 Dicembre quindi l'errore nell'azimut di orientazione delle chiese allineate in questo modo era mediamente solo $0^\circ,5$ verso nord, per cui l'operatore era in grado di determinare un azimut di orientazione solstiziale pari a $123^\circ,2$, invece che $123^\circ,7$ (riferito al centro del disco del Sole) come invece doveva essere a 45° di latitudine geografica nord. In alcuni casi l'orientazione solstiziale invernale della navata della chiesa venne ottenuta utilizzando un metodo solamente astronomico eseguendo l'osservazione a vista della levata del Sole nel giorno del solstizio d'inverno, vero e corrispondente alla massima digressione meridionale del disco solare all'orizzonte naturale locale stabilita mediante l'osservazione del sorgere dell'astro giorno dopo giorno da un paio di settimane prima del solstizio fino a determinare il giorno del massimo spostamento meridionale del punto di levata e allineando quindi la navata della chiesa verso quella particolare direzione. Praticamente il lavoro consisteva nell'infiggere nel terreno due pali allineati verso il punto dell'orizzonte in cui era osservato il Sole nascente e con l'andare dei giorni verso la data di solstizio, spostare il palo di collimazione mantenendo fisso quello di stazione dietro cui si poneva l'operatore a traguardare in modo da mantenere l'allineamento con il punto di levata solare. Quando la direzione di spostamento del palo mobile (palo di collimazione) rispetto a quello fisso (palo di stazione) si invertiva voleva dire che il solstizio era avvenuto e quella era la direzione giusta lungo cui allineare la navata della costruendo chiesa. L'accuratezza nel rilievo della direzione era 15' in più o in meno a causa delle dimensioni angolari apparenti del disco solare, mentre l'accuratezza di orientazione raggiungibile poteva essere dell'ordine di $1^\circ \div 3^\circ$ in più o in meno a causa del fatto l'effettivo istante del solstizio avveniva generalmente in un momento diverso dall'alba. I problemi tipici di questo criterio di orientazione erano prima di tutto la necessità di osservazione prolungata per determinare sperimentalmente la direzione della levata solare solstiziale ed in secondo luogo le cattive condizioni atmosferiche che durante l'inverno potevano precludere l'osservazione della levata del Sole anche per parecchi giorni intorno alla data del solstizio: in questo caso era necessario un lavoro di interpolazione che provocava una caduta di accuratezza proporzionale al "buco" osservativo prodotto dal maltempo. Prendiamo ora in esame il caso dell'orientazione dell'asse della navata verso il punto di levata del Sole al solstizio d'estate. Anche in questo caso furono applicati alcuni metodi operativi. Anche in questo caso esaminiamo il criterio di orientazione basato sull'uso della geometria, in particolare eseguendo la determinazione della direzione del sorgere del Sole al solstizio d'estate costruendo il decagono regolare inscritto nel cerchio generatore ed utilizzandone le sue particolari proprietà astronomiche. L'analisi degli errori mostra che analogamente al caso del solstizio d'inverno l'accuratezza di orientazione poteva variare tra i valori di $1^\circ \div 3^\circ$ nuovamente a causa della discrepanza tra il valore dell'azimut astronomico della levata solare solstiziale estiva prodotto dalla costruzione geometrica e

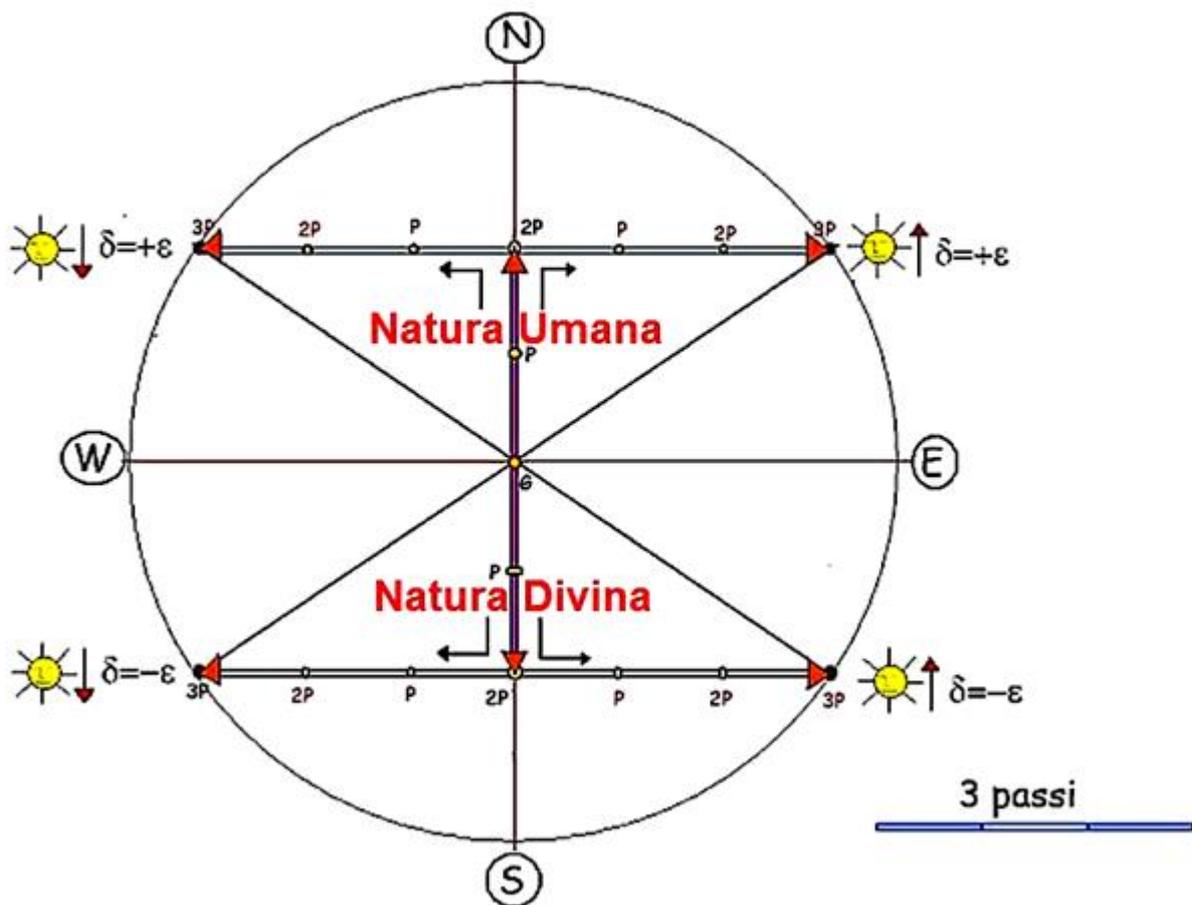
quello vero al variare della latitudine geografica. In particolare il decagono regolare produceva un valore dell'azimut fisso a 54° , mentre a 45° N il valore vero astronomico era pari a $54^\circ,9$; a 46° N il valore vero diventava $54^\circ,1$, mentre a 47° N il Sole, sempre nell'anno 1000, sorgeva a $53^\circ,3$; ad una latitudine geografica pari a 48° N la levata solare avveniva ad un azimut astronomico pari a $52^\circ,5$ e così via. Di nuovo poi, per il fatto che la costruzione geometrica era riferita all'orizzonte astronomico locale e non teneva conto dell'elevazione dell'orizzonte naturale locale rispetto a quello astronomico, era necessario introdurre una correzione dell'azimut di orientazione aggiungendo un piccolo angolo il cui valore, alle latitudini padano-alpine era pari all'incirca all'altezza dell'orizzonte naturale locale rispetto a quello astronomico. L'orientazione solstiziale estiva era possibile anche mediante l'osservazione a vista della levata del Sole nel giorno del solstizio, letto sull'almanacco e stabilito dal calendario giuliano, cioè il 21 Giugno, all'orizzonte naturale locale e quindi eseguendo l'allineamento della navata verso quella particolare direzione. Anche in questo caso l'accuratezza del rilievo della direzione era pari a circa $15'$ in più o in meno (semidiametro medio del disco del Sole) e la conseguente accuratezza di orientazione della navata della chiesa era pari ad $1^\circ \div 3^\circ$. Il movimento giornaliero del punto di levata del Sole al solstizio d'estate è anche in questo caso più lento del moto equinoziale e quindi la differenza in azimut dovuta all'errore del calendario giuliano rispetto alla data vera di solstizio era solamente circa $0,1$ gradi/giorno. Nell'anno 1000 il solstizio d'estate cadde il 16 Giugno quindi l'errore in azimut di orientazione delle chiese allineate in questo modo era mediamente solo $0^\circ,5$ verso nord, quindi l'operatore era in grado di determinare un azimut di orientazione solstiziale pari a $54^\circ,3$, invece che $54^\circ,8$ come invece doveva essere a 45° di latitudine geografica nord. Questo fatto spiega perché l'analisi archeoastronomica delle chiese longobarde ariane oppure quelle edificate nell'ambito dello Scisma Tricapitolino, le quali erano allineate verso la direzione della levata del Sole al solstizio d'estate, mostrano errori di orientazione molto ridotti. In alcuni casi l'orientazione solstiziale estiva della navata della chiesa venne ottenuta utilizzando un metodo solamente astronomico eseguendo l'osservazione a vista della levata del Sole nel giorno del solstizio d'estate, vero e corrispondente alla massima digressione settentrionale del disco solare all'orizzonte naturale locale stabilita mediante l'osservazione del sorgere dell'astro giorno dopo giorno da un paio di settimane prima del solstizio fino a determinare il giorno del massimo spostamento verso nord del punto di levata e allineando quindi la navata della chiesa verso quella particolare direzione. La procedura operativa basata sulla collimazione della direzione di levata solare allineando due pali era analoga a quella già descritta nel caso del solstizio d'inverno e identiche erano le problematiche ed il livello di accuratezza raggiungibile. L'accuratezza nel rilievo della direzione era $15'$ in più o in meno, mentre l'accuratezza di orientazione raggiungibile poteva essere dell'ordine di $1^\circ \div 3^\circ$ in più o in meno. I problemi di questo tipo di criterio di orientazione era prima di tutto la necessità di osservazione prolungata quotidiana per determinare sperimentalmente la direzione della levata solare solstiziale, mentre durante la stagione estiva gli effetti del maltempo erano pressoché assenti, salvo annate particolarmente sfavorevoli. Un altro criterio di orientazione delle chiese cristiane medioevali prevedeva l'allineamento dell'asse della navata, verso il punto di levata solare nel giorno del santo patrono a cui la chiesa era stata dedicata. In questo caso dal punto di vista operativo l'unica via possibile era il metodo astronomico con l'almanacco o il martirologio il quale stabiliva il giorno della festa del santo. In questo caso era richiesta l'osservazione a vista della levata del Sole, nel giorno della festa del Santo patrono,

all'orizzonte naturale locale ed il conseguente allineamento verso quella particolare direzione. L'accuratezza di rilievo della direzione era complessivamente 30' d'arco, 15' in più o 15' in meno ed un'accuratezza complessiva di orientazione della navata compresa tra 1° e 3° rispetto alla direzione vera della levata solare in quel particolare giorno. Anche in questo caso l'errore del calendario giuliano rispetto al vero computo astronomico influiva sull'errore di orientazione che era massimo se la data del Santo patrono era vicino agli equinozi (ad esempio San Giuseppe o San Michele Arcangelo), mentre era minimo se le date erano prossime ai solstizi (Natale o Santi Pietro e Paolo oppure San Giovanni Battista). Prendiamo ora in esame gli edifici di culto allineati secondo un criterio lunare il quale prevede l'orientazione dell'asse della navata verso la levata della Luna ad uno dei lunistizi: fenomeno che si ripete con una periodicità 18,61 anni solari tropici. Le possibili direzioni di orientazione lunistiziale lunare sono 4 le quali corrispondono alle declinazioni: $+\varepsilon+i$ (lunistizio estremo superiore), $-\varepsilon-i$ (lunistizio estremo inferiore), $+\varepsilon-i$ (lunistizio intermedio superiore), $-\varepsilon+i$ (lunistizio intermedio inferiore); alla latitudine di 45° N, gli azimut astronomici corrispondenti sono: 47°,4; 133°,0; 63°,6; 116°,7. Le orientazioni lunari sono rare e riservate quasi esclusivamente ai santuari mariani, e anch'esse potevano essere ottenute mediante l'utilizzo delle proprietà geometriche del decagono regolare. In questo caso i valori degli azimut previsti dalla costruzione geometrica erano pari a 45° nel caso della levata della Luna al lunistizio estremo superiore, 63° al lunistizio intermedio superiore, 117° al lunistizio intermedio inferiore e 135° al lunistizio estremo inferiore. Esaminando il criterio di orientazione basato sull'uso della geometria, l'analisi degli errori mostra che l'accuratezza di orientazione poteva variare tra i valori di 1° ÷ 3° nuovamente per il fatto che l'approssimazione ottenuta con il poligono di 10 lati era in errore rispetto ai valori veri astronomici delle levate lunari lunistiziali di qualche grado in funzione della latitudine geografica del sito in cui la chiesa veniva edificata. Anche nel caso lunare la costruzione geometrica era riferita all'orizzonte astronomico locale e non a quello astronomico e quindi era necessario anche in questo caso introdurre una correzione dell'azimut di orientazione aggiungendo un piccolo angolo il cui valore, alle latitudini padano-alpine era nuovamente pari all'incirca all'altezza dell'orizzonte naturale locale rispetto a quello astronomico. La determinazione delle direzioni lunistiziali lunari estreme, cioè i punti di levata e di tramonto della Luna al lunistizio estremo superiore e a quello estremo inferiore all'orizzonte astronomico locale poteva essere eseguita utilizzando le proprietà geometriche dell'ottagono regolare invece che del decagono. In questo caso era possibile stabilire solamente le direzioni lunistiziali estreme cioè quelle che corrispondono alle declinazioni geocentriche: $+\varepsilon+i$ (lunistizio estremo superiore), $-\varepsilon-i$ (lunistizio estremo inferiore) della Luna. Poiché l'ottagono regolare può essere costruito sovrapponendo due quadrati ruotati uno rispetto all'altro di 45° allora anche gli azimut di levata e di tramonto della Luna possono essere stabiliti utilizzando un semplice quadrato inscritto nel cerchio generatore e con i lati paralleli alle direzioni cardinali astronomiche. La determinazione sperimentale "a vista" delle direzioni lunistiziali lunari era per loro natura piuttosto difficile da ottenersi a causa del fatto che il moto apparente della Luna nel cielo è estremamente più complicato di quello del Sole.

Il metodo dei "5 passi"

Accanto ai metodi descritti fino ad ora che richiedevano una particolare competenza nel campo della Geometria e dell'Astronomia, ne esistevano alcuni molto più semplici i quali venivano applicati durante il medioevo al fine di stabilire l'orientazione delle navate delle chiese. In particolare i metodi che ora verranno brevemente descritti erano applicabili con molta facilità. L'architetto, dovendo stabilire le direzioni della levata e del tramonto del Sole ai solstizi rispetto ad un determinato punto che simbolicamente poteva essere la trasposizione rituale del "*centro del mondo*", poteva operare, durante una notte stellata, semplicemente ponendosi in piedi nel punto corrispondente al centro sacro, quindi il luogo dove sarebbe stato posizionato il centro dell'emiciclo absidale, rivolgendosi nella direzione settentrionale dove era posto il Polo Nord Celeste e aprendo le braccia poteva stabilire approssimativamente la direzione equinoziale locale, la est-ovest astronomica. A questo punto, mantenendo le braccia aperte, egli si muoveva in avanti di 2 passi e poi a destra di 3. Il punto così ottenuto veniva segnato sul terreno e la linea congiungente tale punto con il punto di stazione stabiliva la direzione approssimata lungo cui, nella direzione nord-orientale sorgeva il Sole al solstizio d'estate; nella direzione opposta tramontava il Sole al solstizio d'inverno. Allo stesso modo riposizionandosi nel punto di stazione, l'operatore, sempre mantenendo le braccia aperte, e guardando il Polo Nord Celeste, percorreva nuovamente 2 passi in avanti verso nord, ma stavolta i successivi 3 erano percorsi nella direzione di sinistra. Il punto così determinato, una volta congiunto con il punto di stazione forniva la direzione approssimata nord-occidentale, in cui il Sole tramontava al solstizio d'estate e nella direzione opposta, il punto di levata dell'astro al solstizio d'inverno. Quella che è stata descritta è la procedura di complessità minima, ora facciamo un passo in più dal punto di vista della complessità operativa. A questo punto l'operatore è munito di un'asta, la cui lunghezza stabiliva una unità di misura lineare. Egli dopo essersi posizionato nuovamente nel punto di stazione ed essersi diretto verso la direzione del Polo Nord Celeste, invece di eseguire i 5 passi, 2 verso nord e i successivi 3 nelle due direzioni ortogonali, poteva utilizzare l'asta come unità di misura, ponendola sul terreno due volte consecutive in direzione nord e tre volte nelle direzioni ortogonali Est (a destra) ed Ovest (a sinistra) determinando allo stesso modo di prima, ma in modo più accurato le due direzioni solstiziali estive: la levata ed il tramonto del Sole al solstizio d'estate all'orizzonte astronomico locale. Se l'operatore determinava con maggior accuratezza le direzioni cardinali astronomiche, ad esempio mediante un metodo basato sullo studio dell'ombra proiettata sul terreno da uno gnomone verticale, l'accuratezza potenzialmente raggiungibile migliorava ulteriormente in maniera sensibile. Il metodo descritto in questa sede prevede anche alcuni altri "*modus operandi*". In questo caso l'operatore non si disponeva in piedi guardando il Polo Nord Celeste, ma dopo averne identificato visualmente la direzione, ruotava di 90° in senso orario e si orientava guardando verso la sua destra, cioè ad est. A questo punto egli apriva le braccia e le disponeva parallelamente alla direzione del meridiano astronomico locale, cioè la linea nord-sud astronomica; poi egli camminava percorrendo 3 passi in avanti, quindi nella direzione est, e poi altri 2 nella direzione ortogonale, verso nord. In questo modo egli determinava un punto che, connesso con il punto di stazione, definiva la direzione del punto di levata del Sole al solstizio d'estate, davanti a sé, quindi nella direzione nord-orientale e quella di tramonto del Sole al solstizio d'inverno nella direzione opposta dietro di lui, quindi nella direzione sud-occidentale. Allo stesso modo poteva stabilire la

direzione della levata del Sole al solstizio d'inverno, partendo dal punto di stazione e percorrendo nuovamente i 3 passi nella direzione orientale e quindi 2 passi alla sua destra, nella direzione sud. La congiungente tra il punto di stazione ed il punto determinato dopo aver compiuto i 5 passi rituali era la direzione approssimata del punto di levata del Sole al solstizio d'inverno e la direzione opposta forniva la posizione del punto di tramonto dell'astro diurno al solstizio d'estate. Questo modo di procedere poteva nuovamente essere reso più preciso utilizzando l'asta la quale, rispetto ai puri e semplici passi, permetteva l'utilizzo di un'unità di misura di lunghezza costante, compiendo quindi un errore minore. I due modi di procedere descritti fino ad ora sono simmetrici ad altri due: il primo dei quali prevede che l'operatore, in piedi nel punto di stazione, sia rivolto verso sud, cioè verso la direzione di culminazione degli astri. Egli percorreva quindi 2 passi verso sud, quindi davanti a sé, e 3 passi verso est, quindi verso la sua sinistra, stabilendo in questo modo la direzione di levata del Sole al solstizio d'inverno.



Il metodo di orientazione detto dei "5 passi". Tale metodo aveva anche un risvolto simbolico in quanto metteva in comunicazione la natura umana di Cristo con quella divina rappresentate rispettivamente dal triangolo con la punta in basso e da quello con la punta in alto

Poi tornando indietro percorreva i 3 passi verso destra, quindi nella direzione ovest, stabilendo in questo modo il punto di tramonto del Sole al solstizio d'inverno. L'altro modo operativo è rappresentato dal posizionarsi nel punto di stazione con l'operatore che guarda verso ovest tenendo le braccia aperte allineate lungo la linea meridianale. In questo

modo, percorrendo 3 passi in avanti (quindi verso Ovest) e 2 passi a destra ed a sinistra rispettivamente, perveniva a stabilire facilmente le direzioni approssimate del tramonto del Sole al solstizio d'estate, alla sua destra e a quello di tramonto del Sole al solstizio d'inverno alla sua sinistra. Riassumiamo ora gli elementi fondamentali dei quattro possibili modi operativi previsti da questo metodo di orientazione e di ripartizione dello spazio.

Modo 1): l'operatore era rivolto verso nord e determinava un punto di levata, alla sua destra, che corrispondeva al sorgere del Sole al solstizio d'estate, ed un punto di tramonto, alla sua sinistra, che corrispondeva al tramonto del Sole al medesimo solstizio. Chiameremo questo "*modus operandi*" con il nome di "**metodo settentrionale**" poiché l'operatore era rivolto al settentrione.

Modo 2): l'operatore era rivolto verso est e determinava un punto di levata, alla sua destra, che corrispondeva al sorgere del Sole al solstizio d'inverno, ed un punto di levata, alla sua sinistra, che corrispondeva alla sorgere del Sole al solstizio d'estate. Chiameremo questo "*modus operandi*" con il nome di "**metodo orientale**" poiché l'operatore era rivolto ad oriente.

Modo 3): l'operatore era rivolto verso sud e determinava un punto di tramonto, alla sua destra, che corrispondeva al tramonto del Sole al solstizio d'inverno, ed un punto di levata, alla sua sinistra, che corrispondeva alla sorgere del Sole al solstizio d'inverno. Chiameremo questo "*modus operandi*" con il nome di "**metodo meridionale**" poiché l'operatore era rivolto a meridione.

Modo 4): l'operatore era rivolto verso ovest e determinava un punto di tramonto, alla sua destra, che corrispondeva al tramonto del Sole al solstizio d'estate, ed un altro punto di tramonto, alla sua sinistra, che corrispondeva alla discesa sotto l'orizzonte del Sole al solstizio d'inverno. Chiameremo questo "*modus operandi*" con il nome di "**metodo occidentale**" poiché l'operatore era rivolto ad ovest.

Appare evidente che il "metodo settentrionale" permetteva, senza ribaltare le direzioni ottenute, di determinare una levata ed un tramonto del Sole solstiziale, solo al solstizio estivo; il "metodo orientale" invece permetteva di stabilire due punti di levata del Sole a solstizi diversi, mentre nuovamente il "metodo meridionale" permetteva di stabilire le direzioni di levata e di tramonto del Sole allo stesso solstizio, quello invernale. Il "metodo occidentale" permetteva invece di stabilire la posizione sull'orizzonte di due tramonti solari solstiziali pertinenti a due diversi solstizi. A questo punto è necessario eseguire l'analisi del metodo di ripartizione dello spazio descritto in questa sede in modo da valutare quale possa essere l'accuratezza teoricamente raggiungibile con le varie varianti operative. In primo luogo l'utilizzo di 2+3 passi, mediamente uguali, oppure l'utilizzo dell'asta gnomonica come unità lineare campione, permetteva di stabilire ciascuna direzione solstiziale con qualche grado di errore in più o in meno rispetto al valore astronomicamente esatto, a cui si sommava un errore sistematico dovuto alla latitudine geografica del luogo dove la procedura veniva applicata¹. Assumendo che l'operatore

¹ Se A_c è l'azimut astronomico di orientazione delle direzioni sperimentalmente ottenute, allora esso sarà valutabile con:

potesse commettere un errore pari al 10% in più o in meno rispetto alla misura media del suo passo standard (oppure della lunghezza dell'asta usata come unità di misura) siamo in grado di mettere in evidenza che l'errore di orientazione oscilla in media entro $\pm 2^\circ$. Appare quindi evidente che il semplice metodo descritto in questa sede era in grado di fornire buone valutazioni approssimate delle direzioni solstiziali, entro un paio di gradi di errore, per i siti compresi tra una latitudine pari a 41° N e 47° N ed anche oltre accettando un'approssimazione un poco più grossolana. L'utilizzo di un numero maggiore di passi percorsi dal punto di stazione verso le direzioni cardinali locali, scelti opportunamente, poteva fornire localmente una migliore approssimazione delle direzioni solstiziali per ciascuna latitudine geografica in cui era posta la chiesa da edificare, ma questo complicava il metodo e quindi era richiesta una maggiore abilità da parte dell'operatore. Vediamo ora di generalizzare il ragionamento; il metodo descritto funziona molto bene anche per latitudini differenti da quelle padane infatti se l'operatore era posto in Irlanda oppure in Scozia oppure nella Scandinavia meridionale, quindi ad una latitudine posta tra i 50° N ed i 60° N, allora diventava facile stabilire le direzioni solstiziali solari semplicemente percorrendo un solo passo in ciascuna direzione cardinale. Il calcolo astronomico dimostra che l'uso di un singolo passo in ogni direzione fornisce risultati esatti ad una latitudine di 55° N. Questo modo di procedere è documentato nell'abbazia di Iona, in Scozia e nei monasteri irlandesi. Il metodo descritto era in grado anche di fornire una buona approssimazione della direzione equinoziale ottenuta semplicemente trovando, per bisezione, la direzione media tra le due solstiziali eterogenee, cioè corrispondenti a due differenti solstizi, poste sullo stesso arco di orizzonte. Rimane ora da prendere in esame il criterio di orientazione basato sulle direzioni cardinali magnetiche. Dal 1500 in poi molte chiese furono orientate secondo la direzione cardinale Est magnetica utilizzando la bussola. In questo caso l'errore di orientazione dipende dal valore della declinazione

$$A_c = \arctan(m/n)$$

Dove "n" è il numero di passi eseguiti verso nord e "m" è il numero di passi percorsi verso est oppure verso ovest. E' facile stabilire che la funzione inversa $\arctan(3/2)$ fornisce una coppia di valori pari a $56^\circ,3$ e $303^\circ,3$; il primo approssima l'azimut astronomico di levata del Sole al solstizio d'estate e l'altro il corrispondente azimut astronomico dell'astro al tramonto solstiziale estivo. Nel caso del solstizio d'inverno, la funzione inversa $\arctan(-3/2)$ fornisce i valori approssimati pari a $123^\circ,7$ nel caso dell'azimut di levata solare e di $236^\circ,3$ per quanto riguarda l'azimut approssimato di tramonto del Sole all'orizzonte astronomico locale. Ad una latitudine geografica di 45° l'azimut teorico di levata del Sole al solstizio d'estate è pari a $55^\circ,7$ ed il suo azimut di tramonto è pari a $304^\circ,3$, mentre al solstizio d'inverno l'azimut astronomico della levata solare è pari a $124^\circ,3$ e quello di tramonto è pari a $235^\circ,7$. Il modello matematico per l'errore di approssimazione tra l'azimut approssimato e quello vero ottenuto con il calcolo astronomico per ciascun valore di latitudine geografica è il seguente:

$$e(A) = \arctan(m/n) - \arccos(\sin(\delta)/\cos(\varphi))$$

riferito all'orizzonte astronomico locale, quindi ad altezza angolare apparente pari a zero, in cui δ è la declinazione del Sole e φ è la latitudine geografica. Considerando anche l'altezza angolare apparente h_o dell'orizzonte naturale locale rispetto a quello astronomico, avremo che l'errore sistematico di approssimazione sarà:

$$e(A) = \arctan(m/n) + h_o \operatorname{cosec}(A) \tan(\varphi) - \arccos(\sin(\delta)/\cos(\varphi))$$

a cui andrà aggiunto l'errore casuale $\varepsilon(A)$ di approssimazione dovuto all'operatore il quale dipenderà dal fatto che le misure siano compiute con i passi oppure sia stato utilizzato il bastone.

magnetica nel luogo dove fu edificata la chiesa e dal suo anno di fondazione e dalle imprevedibili perturbazioni magnetiche locali.

Gli allineamenti e la loro orientazione astronomica

Poiché la geometria euclidea prevede che una retta passi per due punti che la definiscono univocamente, la posizione di ogni allineamento deve essere tecnicamente definita da una coppia di coordinate ortogonali, che sono quelle dei punti che definiscono univocamente la sua direzione di orientazione, riferite ad un conveniente sistema di assi cartesiani perpendicolari. Nel caso delle navate delle chiese l'asse viene definito utilizzando molti punti di mezzaria ricavati dalla pianta della chiesa oppure da misure di distanza trasversale all'interno della navata. Nel caso dei rilievi satellitari sia la direzione del colmo del tetto che quella dei muri dell'edificio concorrono, secondo particolari regole di combinazione statistica, alla determinazione del valore numerico dell'azimut astronomico di orientazione dell'edificio chiesastico. Siccome gli allineamenti sono materializzati sulla superficie terrestre è necessario che le coordinate geografiche che li definiscono siano messe in relazione con un sistema geografico univoco di riferimento (nel nostro caso è stato utilizzato il sistema geocentrico standard WGS84 (*World Geodetic System 1984*) che ammetta una controparte costituita da un corrispondente sistema di coordinate astronomiche definite sulla sfera celeste. Scegliendo convenzionalmente la direzione dell'asse X positiva verso il punto cardinale Nord astronomico e la direzione dell'asse Y orientata quindi nella direzione Est-Ovest astronomica e l'asse Z diretto verso lo zenit locale (terna euleriana) è possibile definire un angolo, detto Azimut astronomico, tra la direzione del Nord astronomico (lungo il meridiano locale) e la direzione individuata sul terreno da un certo allineamento, misurato nel piano tangente alla sfera locale, ruotando in senso orario. Quel particolare valore di azimut implicherà, una volta nota la posizione geografica del sito, la possibilità che un certo numero di oggetti astronomici possa sorgere o tramontare in una ben determinata posizione sull'orizzonte corrispondente con un certo margine di errore a quell'azimut in taluni giorni dell'anno in una certa epoca remota. Già, con *un certo margine di errore...* ma cosa vuol dire questa affermazione? Questo è un punto critico su cui si gioca completamente l'affidabilità della ricerca archeoastronomica e ora vedremo perché.

Significatività dei risultati dell'analisi archeoastronomica di un edificio chiesastico

In generale il calcolo del reale livello di significatività statistica di un allineamento corrispondente all'asse della navata di una chiesa è un problema molto complesso e non è chiaro se esistano soluzioni matematicamente soddisfacenti ad esso. Addizionalmente l'applicazione dei criteri statistici usuali richiede che si stia studiando un processo casuale di qualche natura. In un edificio chiesastico non esistono processi casuali in quanto il luogo mostrerà sempre qualche tipo di organizzazione ordinata e ben definita, poiché

questo era espressamente prescritto, ben lontana da quella casuale richiesta al fine di soddisfare i teoremi che ci autorizzano l'applicazione delle usuali tecniche statistiche, anche perché spesso i *target* astronomici sono espressamente indicati nei documenti antichi che fanno parte del corpus documentario paleocristiano. Chi orientò le navate della chiese durante il Medioevo non lo fece con gli occhi bendati. In questo genere di problemi l'applicazione di particolari tecniche che hanno le loro radici nella Teorie dell'Informazione si rivela molto potente. Dal punto di vista strettamente geometrico un allineamento corrispondente alla direzione materializzata dall'asse della navata di un edificio chiesastico sarà esprimibile con la seguente equazione lineare:

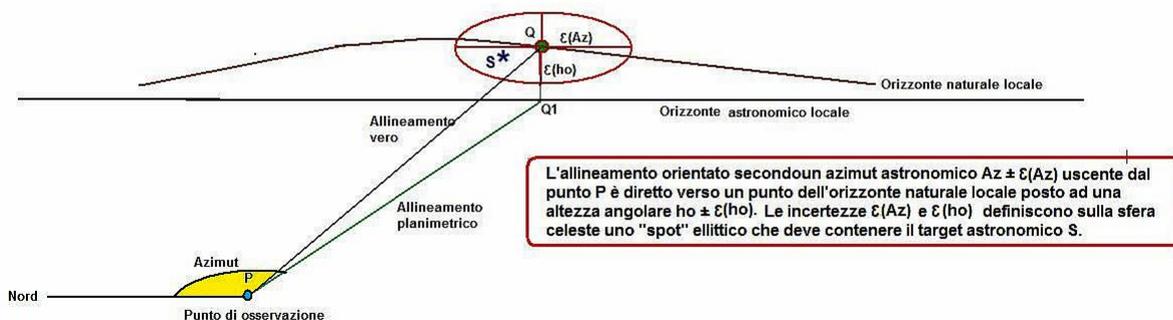
$$(E-E_0) = (N-N_0) \cdot \tan(Az)$$

Dove N ed E sono coordinate metriche gaussiane (UTM), in particolare $E=$ *easting*, $N=$ *northing* e (E_0, N_0) sono le coordinate metriche gaussiane del baricentro della navata, punto da cui passa l'allineamento e Az è l'azimut geodetico di orientazione misurato in senso orario partendo dalla direzione nord del meridiano astronomico locale passante per il baricentro della chiesa, di coordinate (E_0, N_0) . Volendo invece ragionare in coordinate geografiche allora si avrà:

$$(\lambda-\lambda_0) = (\varphi-\varphi_0) \sec(\varphi_0) \cdot \tan(Az)$$

dove, in questo caso (φ_0, λ_0) sono le coordinate geografiche del baricentro della navata (φ_0 =latitudine e λ_0 =longitudine) riferite al sistema WGS84.

Di fatto l'asse della navata di una chiesa passante per il suo baricentro di coordinate (E_0, N_0) oppure (φ_0, λ_0) rappresenta un vettore \mathbf{u} orientato che interseca il cerchio dell'orizzonte astronomico locale in un punto Q posto sulla sfera celeste le cui coordinate altazimutali sono: Azimut pari ad Az ed una certa Altezza angolare apparente h_0 . Ciascuna di queste due quantità è nota con un margine di incertezza, quindi di fatto l'allineamento interseca l'orizzonte in uno "spot" ellittico le cui dimensioni angolari dipendono dal margine di incertezza $\varepsilon(Az)$ sull'Azimut e da quello $\varepsilon(h_0)$ sull'Altezza angolare il cui centro è occupato dal punto Q .



Ellisse d'errore associata ad un allineamento astronomico

Un generico allineamento rilevato in un sito archeologico di rilevanza astronomica è quindi caratterizzato dal suo azimut di orientazione Az contato in senso orario rispetto alla direzione nord del meridiano astronomico locale e dall'altezza angolare apparente ho del profilo dell'orizzonte naturale locale nella direzione dell'allineamento. Entrambe queste grandezze sono caratterizzate da un margine di errore dovuto sia alle misure eseguite in epoca attuale durante il rilievo archeoastronomico del sito, ma anche dovuto agli errori costruttivi antichi e all'effetto di deterioramento strutturale dovuto al trascorrere del tempo, tanto che un generico allineamento non individua sul piano tangente alla Sfera Celeste nel punto di coordinate (Az, ho) ma un'ellisse d'errore entro la quale esiste una determinata probabilità di trovare il "target" astronomico dell'allineamento che è stato rilevato nel sito archeologico sotto esame. La soluzione archeoastronomica quindi non è mai un processo deterministico, ma una soluzione di tipo statistico e probabilistico tesa a fornire la soluzione più probabile e fornire una stima del livello di affidabilità di essa.

Validazione dei risultati ottenuti

Il puro e semplice confronto euristico non basta a garantire la scelta di determinata soluzione archeoastronomica, ma occorre l'applicazione di alcuni appropriati test statistici e probabilistici per dimostrarne la validità. La tecnica più efficace è quella di fare ricorso ai metodi propri della Statistica per dati circolari e assiali. In tutti quei casi in cui un sito archeologico è ritenuto essere di interesse archeoastronomico l'analisi che viene di solito effettuata dagli archeoastronomi tende a mettere in evidenza la presenza di eventuali allineamenti astronomicamente significativi avvalendosi di una metodologia di analisi che sia la più rigorosa possibile. Paradossalmente risulta molto più difficile per noi che analizziamo oggi l'orientazione della navata di una chiesa dimostrare che effettivamente i costruttori tentarono di dirigerla verso un determinato punto dell'orizzonte naturale locale che per gli antichi costruttori posizionare fisicamente le pietre nel modo corretto al fine di materializzare fisicamente l'orientazione astronomica. In questa sede verrà applicato un semplice test statistico per stabilire la significatività statistica dei risultati che verranno ottenuti in relazione all'analisi archeoastronomica della chiesa di San Giorgio a Petrella Tifernina. Tale test statistico prevede di calcolare la probabilità di casualità Pr di ciascun risultato ottenuto e quindi calcolare il livello di significatività $Po = 100 (1-Pr)$ per ciascuno di essi. Stabiliamo due possibili ipotesi: la prima che denominiamo H_0 è la cosiddetta "ipotesi nulla" e la seconda è l'ipotesi H_1 contraria. Le due ipotesi sono così definite:

Ipotesi H_0 : il risultato dell'analisi archeoastronomica è completamente dovuto al caso.

Ipotesi H_1 : il risultato dell'analisi archeoastronomica è genuino cioè corrisponde ad una deliberata e consapevole volontà di orientare astronomicamente un dato sito archeologico.

Il criterio decisionale adottato è il seguente:

- a) Se il livello di significatività Po è minore del 97% allora si considera valida l'ipotesi H_0 e si rigetta la contraria H_1 considerando casuale il risultato archeoastronomico ottenuto.

- b) Se il livello di significatività P_0 è maggiore del 97% allora si considera valida l'ipotesi H_1 e si rigetta l'ipotesi nulla H_0 considerando significativo il risultato archeoastronomico ottenuto e con probabilità P_0 .

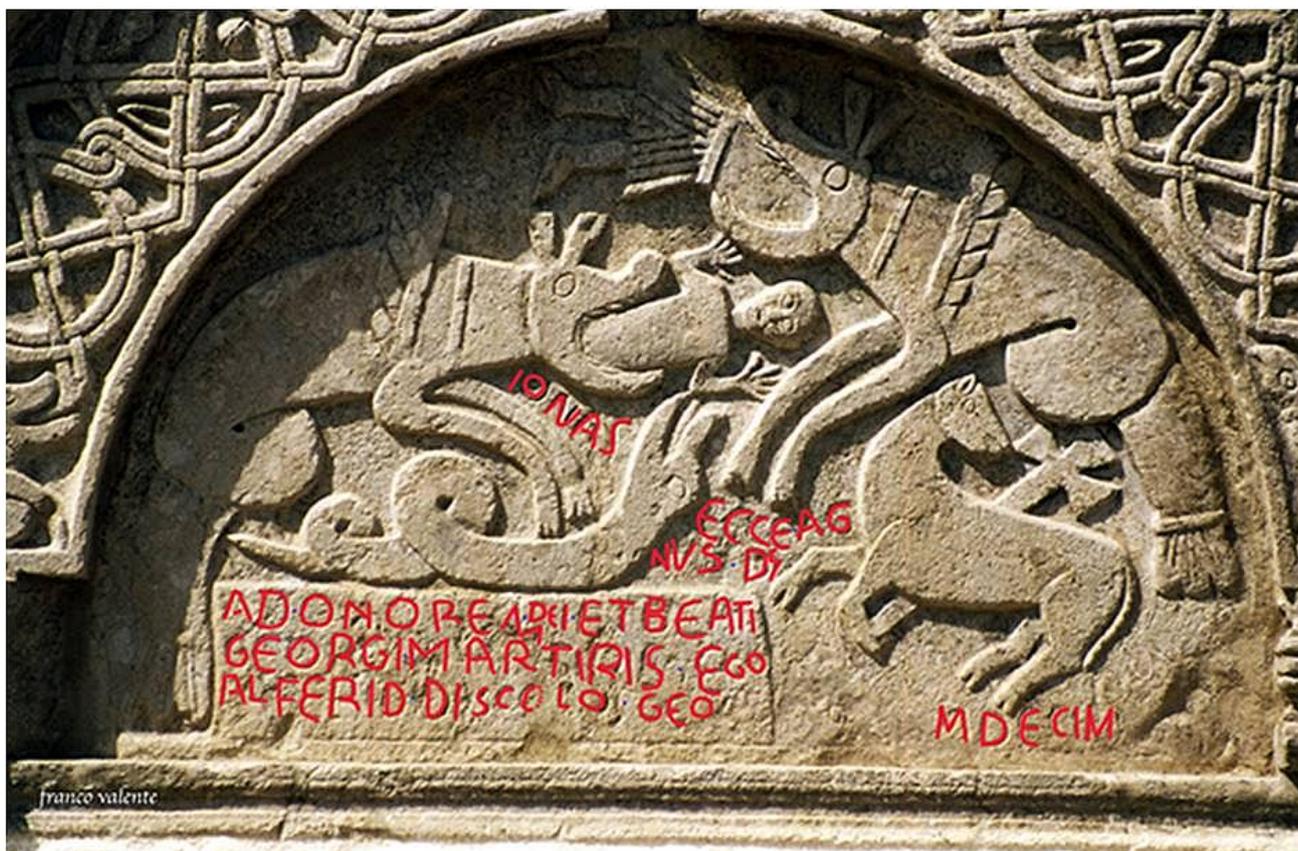
Gli allineamenti e la loro orientazione astronomica

Poiché la geometria euclidea prevede che una retta passi per due punti che la definiscono univocamente, la posizione di ogni allineamento deve essere tecnicamente definita da una coppia di coordinate ortogonali, che sono quelle dei punti che definiscono univocamente la sua direzione di orientazione, riferite ad un conveniente sistema di assi cartesiani perpendicolari. Nel caso delle navate delle chiese l'asse viene definito utilizzando molti punti di mezzaria ricavati dalla pianta della chiesa oppure da misure di distanza trasversale all'interno della navata. Nel caso dei rilievi satellitari sia la direzione del colmo del tetto che quella dei muri dell'edificio concorrono, secondo particolari regole di combinazione statistica, alla determinazione del valore numerico dell'azimut astronomico di orientazione dell'edificio chiesastico. Siccome gli allineamenti sono materializzati sulla superficie terrestre è necessario che le coordinate geografiche che li definiscono siano messe in relazione con un sistema geografico univoco di riferimento (nel nostro caso è stato utilizzato il sistema geocentrico standard WGS84 (*World Geodetic System 1984*) che ammetta una controparte costituita da un corrispondente sistema di coordinate astronomiche definite sulla sfera celeste. Scegliendo convenzionalmente la direzione dell'asse X positiva verso il punto cardinale Nord astronomico e la direzione dell'asse Y orientata quindi nella direzione Est-Ovest astronomica e l'asse Z diretto verso lo zenit locale (terna euleriana) è possibile definire un angolo, detto Azimut astronomico, tra la direzione del Nord astronomico (lungo il meridiano locale) e la direzione individuata sul terreno da un certo allineamento, misurato nel piano tangente alla sfera locale, ruotando in senso orario. Quel particolare valore di azimut implicherà, una volta nota la posizione geografica del sito, la possibilità che un certo numero di oggetti astronomici possa sorgere o tramontare in una ben determinata posizione sull'orizzonte corrispondente con un certo margine di errore a quell'azimut in taluni giorni dell'anno in una certa epoca remota. Già, con *un certo margine di errore...* ma cosa vuol dire questa affermazione? Questo è un punto critico su cui si gioca completamente l'affidabilità della ricerca archeoastronomica e ora vedremo perché.

La chiesa di San Giorgio : Cenni storici ed archeologici

Secondo i ritrovamenti archeologici si ipotizza che Petrella fosse sorta nel IV secolo a.C. come avamposto militare dei Sanniti. Il territorio era dominato dai Frentani nella zona di Termoli e dai Pentri di Bovianom (Bojano), e l'agro di Petrella era compreso nel Contado di Fagifulae, oggi Montagano. Il villaggio antico sorgeva presso la località Piano della Vicenna, dunque fuori dal colle dove nacque il borgo medievale attuale, durante il periodo di incastellamento. Tale villaggio dai Romani era detto "*Tifernum*", per la

vicinanza al fiume Biferno, Dopo la caduta di Roma, che conquistò il primo villaggio nel I secolo a. C. circa, il paese fu distrutto dai Vandali e dai Saraceni, fino alla conquista nel VI secolo di Zotone, primo duca longobardo di Benevento, visto che il territorio molisano fu accorpato nella Langobardia Minor. I Longobardi eressero un castello, nominato Rocca Petrella, primo nucleo del paese attuale. Esattamente con la venuta dei Longobardi, intorno al X secolo a Petrella fu portato il culto per San Giorgio, a cui fu dedicata la prima chiesa, ossia quella odierna, frutto di vari rifacimenti. Il più antico documento di cui si parla del paese è la Pergamena montaganese del 1039. Non sappiamo con precisione quando la costruzione della chiesa di San Giorgio fu iniziata, ma esiste una lunetta posta sulla facciata sopra la porta d'ingresso che sembrerebbe attribuire la fondazione e l'orientazione, come minimo del complesso absidale ad un tal Alferid nel 1010. Anche se l'impianto architettonico interno sembrerebbe più recente di circa 1 secolo, questa iscrizione rimane l'unico documento oggettivo in relazione alla possibile data di fondazione.



Iscrizione posta sulla lunetta sopra la porta d'ingresso la quale, secondo Franco Valente, cita un tal Alferid e una data corrispondente al 1010 come possibile fondazione della chiesa.

La costruzione della chiesa romanica di San Giorgio a Petrella Tifernina potrebbe essere quindi iniziata nel secolo XI, e fu portata a termine solamente nel secolo XIII e consacrata nel 1211 o 1221 a seconda delle fonti che si consultano. Unico documento relativo alla

datazione, conservato dall'edificio stesso, è l'iscrizione posta nella lunetta del portale principale che appunto indicherebbe 1010. Nella Biblioteca Apostolica Vaticana, inoltre, è conservata copia notarile di un documento datato 20 aprile 1241 dal quale si rileva l'ordine impartito da Federico II di inventariare i tesori delle chiese della Diocesi di Boiano: tra le varie Chiese menzionate vi è quella di Petrella. La chiesa sorse su due precedenti luoghi di culto, uni bizantino che ancora è visibile e rappresenta la cripta della chiesa attuale e il tempio longobardo di cui sopravvivono solo alcuni resti.

Mastro Alferid

Chi fu Alferid non lo sapremo mai, ma qualche considerazione sul suo nome la possiamo fare. Prima di tutto quello non è un nome latino, ma chiaramente di origine germanica e questo potrebbe suggerire un'origine longobarda, anche se nel 1010 i nomi longobardi erano usciti di moda da tempo sostituiti da quelli, sempre germanici, ma di origine franca. L'onomastica franca è ben nota e il nome Alferid non è di quello stile, ma si avvicinerebbe di più all'onomastica angla o meglio a quella sassone le quali prevedono un *Alfrith* abbastanza comunemente utilizzato, e contenente la radice *Alfr* che significa Elfo, da cui è comunemente fatto derivare anche il nome italiano Alfredo. Curiosamente, contrariamente a come era abitudine tra i costruttori medioevali di chiese, il nostro personaggio non usa il corrispondente latinizzato del suo nome, ma cerca di traslitterare il suo nome germanico originale. Ovviamente, in questo campo, è sempre difficile trarre conclusioni, ma personalmente penso possa essersi trattato di un monaco di origine sassone, magari di passaggio sul territorio a cui viene commissionata la fondazione della chiesa di san Giorgio e probabilmente anche la costruzione del complesso absidale. L'origine sassone potrebbe essere anche suggerita dalla particolare orientazione della chiesa diretta verso occidente, quindi verso il tramonto del Sole, come era consuetudine per i luoghi di culto pagani sassoni, prima della forzata conversione al Cristianesimo da parte di Carlomagno. E' singolare che il nome sia traslitterato alla germanica e non alla latina e la chiesa da lui fondata rispecchi i canoni tradizionali pagani sassoni e non le regole stabilite dalla Chiesa di Roma. Un tentativo di riaffermare in qualche modo la propria cultura originale stravolta dal Cristianesimo? Bene, in mancanza d'altro prendiamo per buono Mastro Alfrith e la datazione da lui riportata; se non altro non abbiamo alcunchè di oggettivamente documentato, salvo questo; e questo sarà utilizzato durante la presente analisi archeoastronomica.

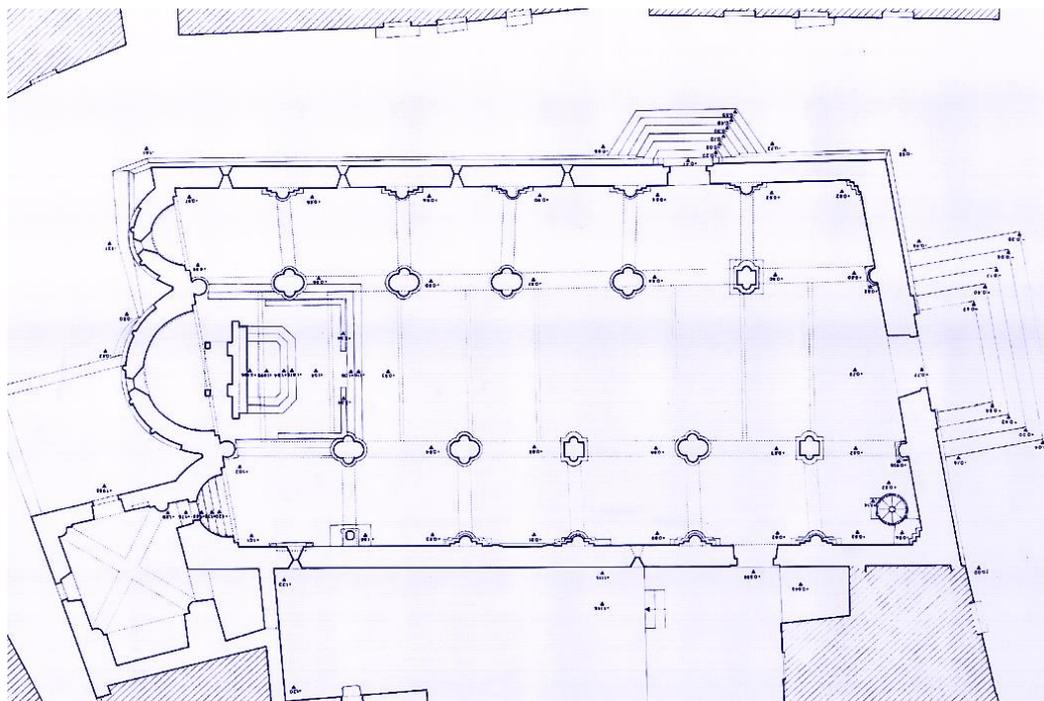
Rilievo dell'orientazione dell'asse della navata della chiesa di San Giorgio

La chiesa romanica di San Giorgio è individuabile su un copiosa serie di immagini satellitari riprese da svariati satelliti tra il 2004 e il 2017 sulle quali è stato possibile eseguire numerose misure dell'azimut astronomico di orientazione dell'asse della navata principale e delle navate laterali parallele a quella principale, dopo l'appropriata georeferenziazione delle immagini e la loro georettificazione, utilizzandole procedure descritte in un recente volume recentemente pubblicato da chi scrive (Gaspani A., 2013,

“ARCHEOASTRONOMIA SATELLITARE: Tecniche moderne per il rilievo e lo studio dei siti archeologici di rilevanza astronomica”, Collana Manualistica, Ed. Associazione Culturale Fonte di Conna, Ivrea (TO), 2013, ISBN 978-88-98411-14-6) di cui darò un breve cenno dei principi metodologici fondamentali più oltre in questa sede.



La chiesa di San Giorgio a Pietra Tifernina su un'immagine georeferenziata e georettificata ripresa dal satellite QuikBird (2017).



Planimetria della chiesa romanica di San Giorgio (da Napoleone e Pontico)

La posizione geografica del baricentro della chiesa è identificata dalle seguenti coordinate riferite all'ellissoide geocentrico WGS84:

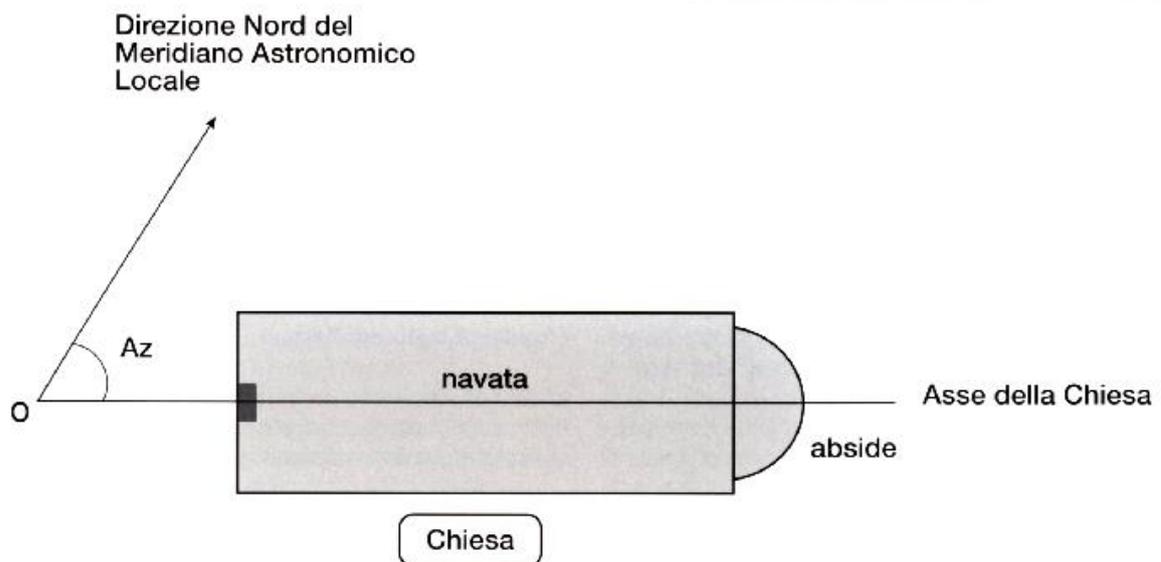
$$\varphi = 41^{\circ} 41' 34'',06 N$$

$$\lambda = 14^{\circ} 41' 41'',52 E$$

$$Q = 646 m$$

Cenni intorno alla metodologia del rilievo dell'orientazione dell'asse della navata principale della chiesa di San Giorgio

Diamo ora brevemente qualche informazione a beneficio di una maggior comprensione della problematica del rilievo archeoastronomico eseguito sulle immagini satellitari. Il dato importante per l'esecuzione dell'analisi archeoastronomica è la misura dell'azimut astronomico di orientazione dell'asse della navata principale dell'edificio chiesastico. L'azimut astronomico viene misurato ruotando in direzione oraria, quindi verso Est, partendo dalla direzione Nord del meridiano astronomico locale.



Az = Azimut astronomico dell'asse della chiesa rispetto alla direzione settentrionale della linea del meridiano astronomico locale

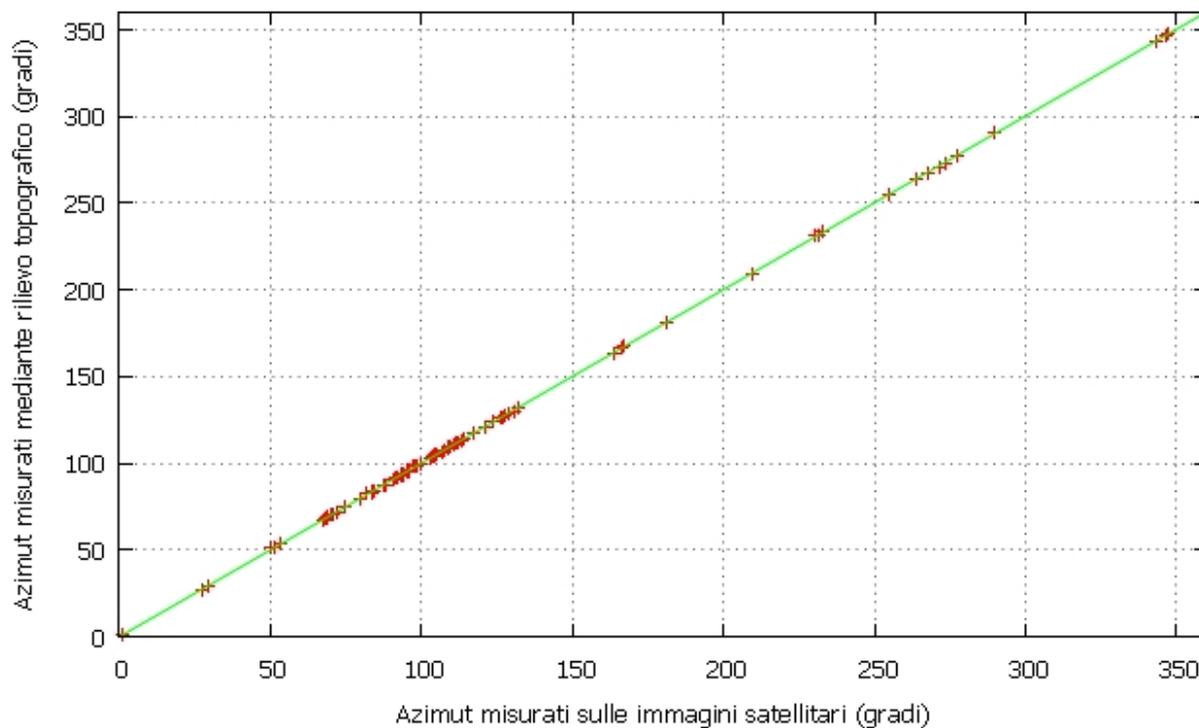
L'Azimut Astronomico di orientazione di una Chiesa

Esistono svariate procedure per misurare l'azimut astronomico di orientazione di un allineamento oppure di un edificio e la procedura a cui tutti i metodi possono essere ricondotti è quello di rilevare le coordinate geografiche di due punti appartenenti alla linea di cui si vuole misurare l'orientazione, ed eseguire il calcolo dell'azimut astronomico utilizzando le loro coordinate. Qualora l'immagine sia stata correttamente georeferenziata e georettificata e correttamente rappresentata sul monitor del computer con i lati paralleli alle direzioni cardinali dell'ellissoide WGS84 che sono molto prossime a quelle

astronomiche. Il valore dell'azimut viene calcolato, generalmente in maniera automatica dal software utilizzato, mediante la semplice relazione:

$$Az = atan(De/Dn)$$

In cui De è il numero di pixel di differenza tra i due estremi della linea tirata dall'utente nella direzione est-ovest dell'immagine e Dn quelli della differenza nella direzione nord-sud. Questo è possibile in quanto entro uno spazio di qualche decina di metri, la curvatura della Terra è completamente trascurabile ai fini della misura dell'azimut. Appare chiaramente che se l'immagine non è correttamente orientata l'azimut misurato sarà sbagliato della stessa entità dell'angolo di rotazione di essa ed è quindi per questo che è necessaria la georeferenziazione e la georettificazione delle immagini satellitari. Ovviamente la scala metrica deve essere identica ed uniforme sia nella direzione X (longitudine geografica) che in quella Y (latitudine geografica). Durante l'analisi di un edificio chiesastico rilevato su immagini riprese da satellite ci si deve porre anche la questione di determinare quale sia l'incertezza con cui è possibile determinare gli azimut astronomici di orientazione dei manufatti presenti sulle immagini riprese dallo spazio. Se la georeferenziazione e la georettificazione sono state eseguite correttamente ed in maniera rigorosa è possibile aspettarci che le immagini restituite siano da ritenersi di tipo zenitale e quindi perfettamente adatte al rilievo delle linee che si sospetta essere astronomicamente significative e procedere alla misura del loro azimut astronomico di orientazione, ma anche della loro incertezza.



Confronto tra il rilievo archeoastronomico di 83 chiese eseguito mediante il rilievo topografico di alta precisione e quello eseguito sulle immagini satellitari. In ascissa sono riportati gli azimut satellitari di orientazione, mentre in ordinata quelli ottenuti dal rilievo topografico a terra: la coincidenza è pressoché perfetta.

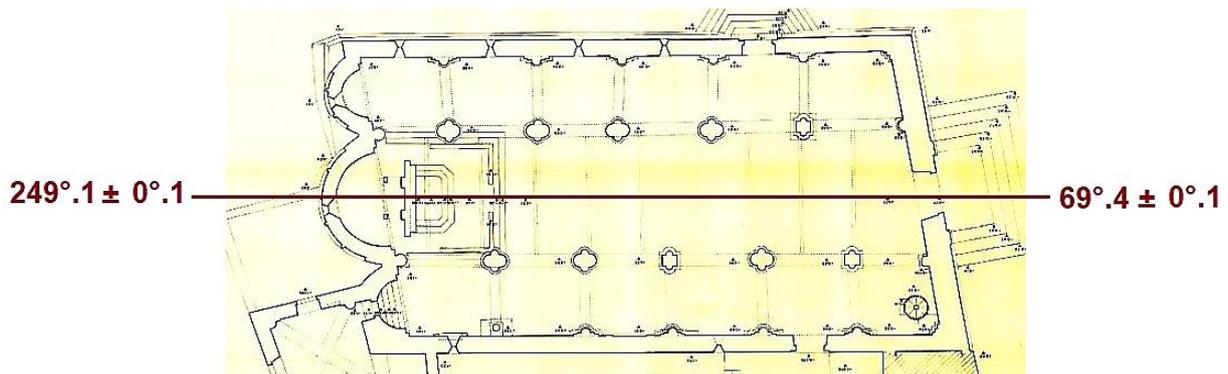
L'errore sull'azimut misurato è una funzione dell'incertezza con cui sarà possibile valutare le coordinate geografiche dei due punti che materializzano gli estremi dell'allineamento, e tale incertezza dipenderà da diversi e svariati fattori tra cui la risoluzione dell'immagine su cui si opera, il suo grado di contrasto, dagli algoritmi matematici di miglioramento dell'immagine e nel caso di immagini fortemente ingrandite, il sistema di interpolazione utilizzato per generare gli ingrandimenti e molto altro ancora. Gli esperimenti effettuati su un gran numero di edifici chiesastici hanno mostrato una coincidenza pressoché perfetta tra gli azimut astronomici di orientazione misurati sulle immagini satellitari e quelli rilevati mediante il rilevamento topografico tradizionale a terra.

Tornando ora alla chiesa di San Giorgio a Petrella Tifernina, sono state eseguite le misure di azimut astronomico di orientazione su 5 insiemi di immagini satellitari rilevate da vari satelliti tra il 2004 e il 2017. Il risultato delle misure e del relativo trattamento dati è stato un azimut astronomico globale medio pesato di orientazione dell'asse della navata, nella direzione ingresso abside, pari a $249^{\circ},4 \pm 0^{\circ},1$. I limiti di confidenza con un livello di probabilità pari al 95% forniscono il seguente intervallo di confidenza:

$$A(\text{up}) = 249^{\circ},6 ; A(\text{down}) = 249^{\circ},2$$

Allo stesso modo, nella direzione opposta l'azimut astronomico di orientazione è pari a $69^{\circ},4 \pm 0^{\circ},1$ con i relativi limiti di confidenza:

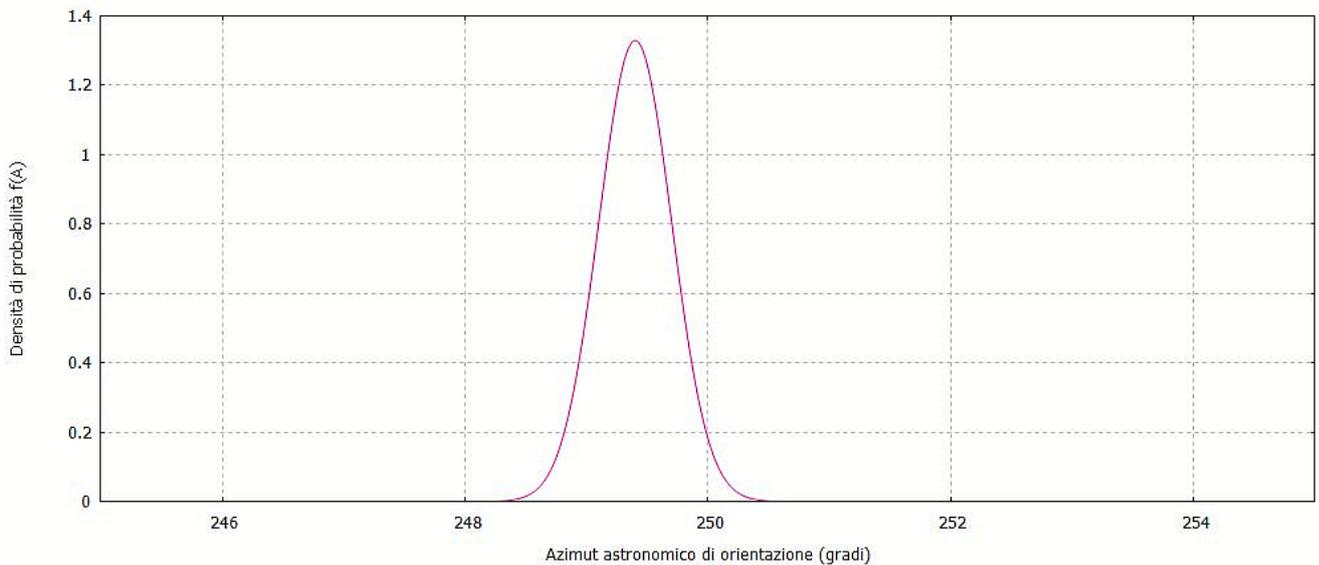
$$A(\text{up}) = 69^{\circ},6 ; A(\text{down}) = 69^{\circ},2$$



Azimut astronomico di orientazione dell'asse della navata della chiesa di San Giorgio.

Le misure dell'Azimut geodetico (astronomico) di orientazione eseguite sia a terra con gli opportuni strumenti topografici, che sulle immagini ottenute dai satelliti artificiali forniscono in genere un valore angolare finale che viene accompagnato, come tutte le

misure di carattere sperimentale, da un margine di incertezza che corrisponde ad una funzione Densità di Probabilità (PDF : *Probability Density Function*) relativa al valore ottimale ottenuto dal trattamento statistico delle misure.



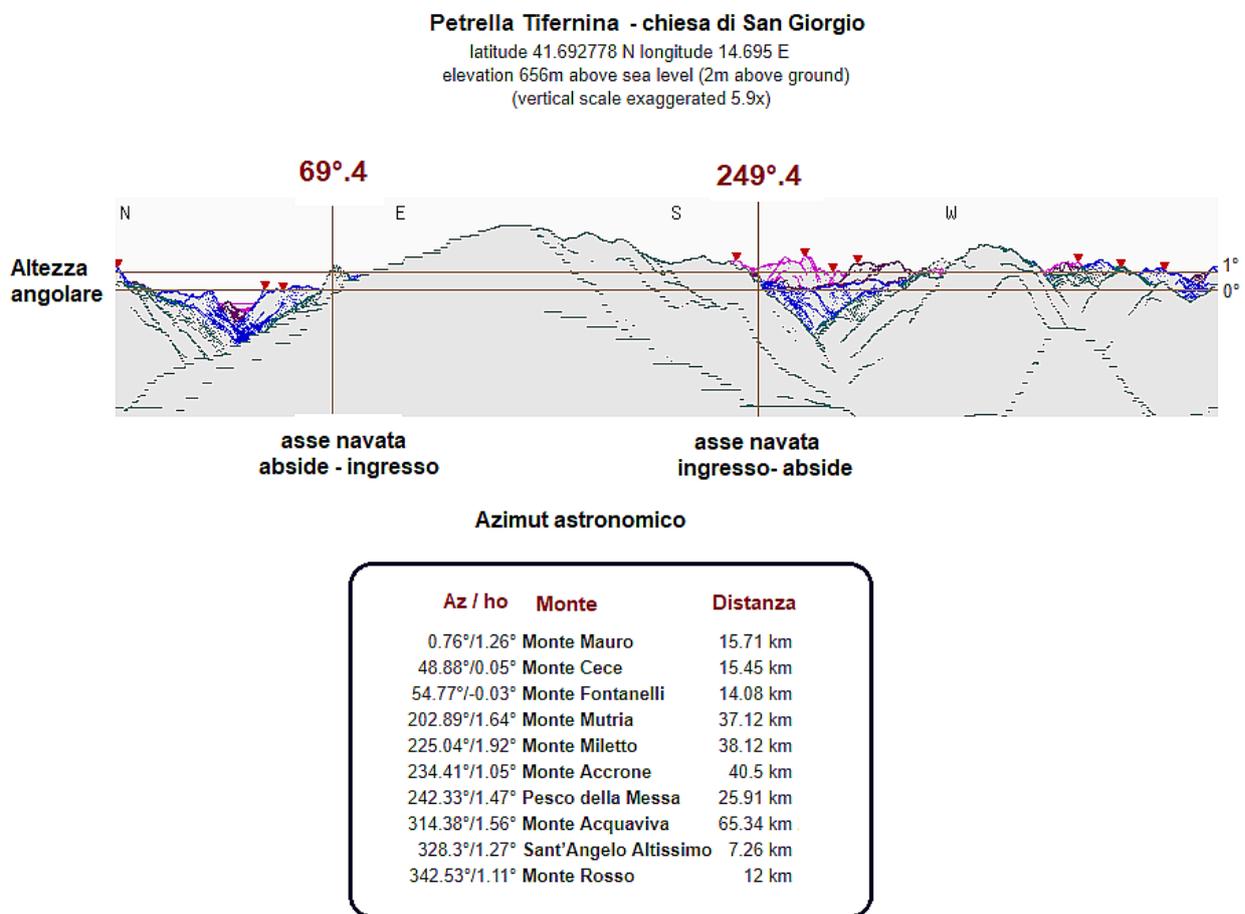
Andamento della funzione Densità di Probabilità (PDF) relativa alla misura dell'azimut astronomico di orientazione della navata principale della chiesa di San Giorgio sulle immagini satellitari nella direzione ingresso-abside. La PDF è di tipo Gaussiano come accade generalmente in fase di trattamento dei dati derivanti da misure sperimentalmente eseguite.

Lo studio della PDF si dimostra fondamentale durante l'analisi archeoastronomica degli Azimut di orientazione misurati in quanto consente la discriminazione tra vari possibili "target" astronomici che potrebbero aver costituito l'oggetto dei criteri pratici di orientazione applicati dagli architetti medioevali durante la fase immediatamente precedente l'edificazione della chiesa. Nella figura qui riportata viene tracciata la PDF relativa alle misure di orientazione dell'asse della navata principale (e di quelle laterali) della chiesa di San Giorgio a Petrella Tifernina.

Orizzonte naturale locale apparente (Skyline)

L'analisi archeoastronomica di un edificio chiesastico richiede necessariamente la conoscenza accurata dell'andamento del profilo dell'orizzonte naturale locale apparente che è rappresentato dal profilo del paesaggio di sfondo nella direzione orientale dell'abside della chiesa oggetto di studio. Questo può essere ottenuto sistematicamente sia mediante il rilievo topografico locale ripetuto per battute successive ad intervalli di 1° o 2° di azimut oppure per via sintetica mediante un modello digitale del terreno (DEM). Un modello digitale di elevazione (anche noto come DEM, dall'inglese *Digital Elevation Model*) è la rappresentazione della distribuzione delle quote di un territorio, o di un'altra superficie, in formato digitale. Il modello digitale di elevazione viene in genere prodotto

associando a ciascun pixel dell'immagine che rappresenta un'area di territorio l'attributo relativo alla quota assoluta. Il DEM può essere prodotto con tecniche diverse. I modelli più raffinati sono in genere realizzati attraverso tecniche di telerilevamento che prevedono l'elaborazione di dati acquisiti attraverso un sensore montato su un satellite, un aeromobile o una stazione a terra. Ad esempio, analizzando il segnale di fase registrato da un Radar ad Apertura Sintetica (SAR: *Synthetic Aperture Radar*) installato su un satellite o su un veicolo spaziale quale lo Space Shuttle, è possibile produrre un modello digitale di elevazione. I DEM possono essere impiegati in un sistema informativo geografico (GIS) per produrre nuovi dati, ad esempio: carte di acclività o di orientazione del versante, carte di visibilità da un punto e nel caso archeoastronomico, il profilo dell'orizzonte naturale locale apparente visibile da un determinato punto di osservazione.



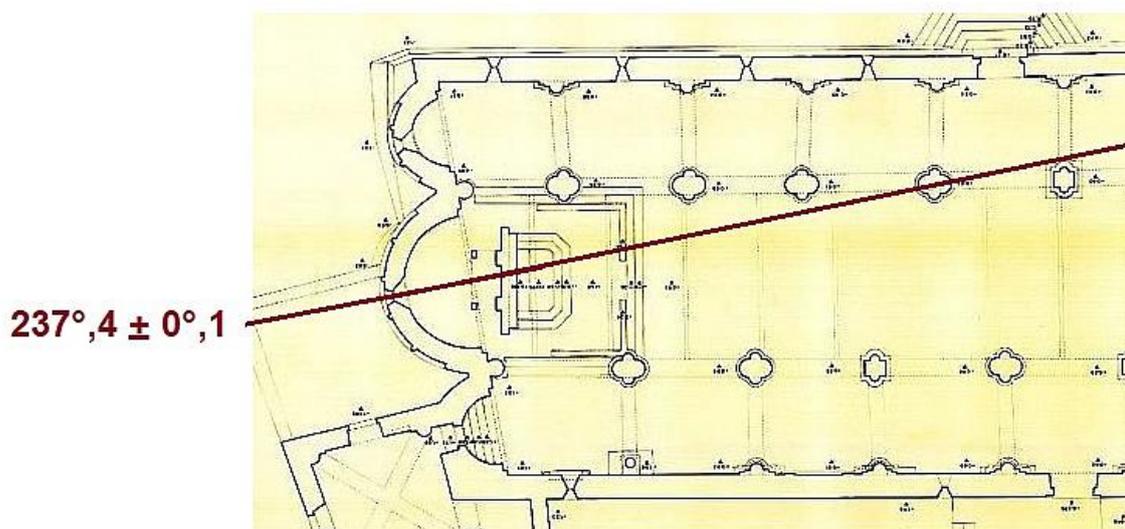
Profilo dell'orizzonte naturale locale visibile dalla chiesa di San Giorgio sintetizzato sulla base dei dati SRTM e di Aster30.

Il rilievo dell'orizzonte naturale locale rappresentato dal profilo delle montagne di sfondo nella direzione sud-ovest ha mostrato che l'altezza apparente dell'orizzonte naturale locale lungo l'asse della cattedrale è pari a $1^{\circ},4 \pm 0^{\circ},5$ circa, mentre nella direzione opposta tale valore è solamente di poco inferiore. Tale valore deriva dalla generazione per via sintetica del profilo orografico di sfondo nella direzione orientale eseguito elaborando le immagini da satellite utilizzando i dati della topografia radar eseguita negli ultimi anni dalle missioni spaziali americane Shuttle (SRTM) e dal satellite ASTER. Lo *Shuttle Radar*

Topography Mission (SRTM) è un'impresa internazionale che è riuscita ad ottenere un Modello digitale di elevazione su una scala quasi globale dai 56° S ai 60° N di latitudine geografica, per generare il database topografico digitale ad alta risoluzione più completo fino a quando non fu rilasciato il database ASTER GDEM nel 2009. Lo SRTM consisteva in un sistema radar modificato specialmente che ha volato a bordo dello Space Shuttle *Endeavour* durante gli 11 giorni della missione STS-99 del febbraio 2000. Per acquisire i dati topografici dei dati di elevazione, il carico SRTM è stato equipaggiato con due antenne radar. Un'antenna era posizionata nello spazio di carico dello Shuttle, l'altra alla fine di un braccio di 60 metri che si estendeva dallo spazio di carico una volta che lo Shuttle era nello spazio. La tecnica impiegata è conosciuta come Interferometric Synthetic Aperture Radar. La risoluzione delle celle dei dati è di un secondo d'arco, ma 1" (circa 30 metri) di dati sono stati rilasciati solo per il territorio degli USA; Per il resto del mondo sono disponibili le risoluzioni a soli 3 secondi (circa 90 metri). I modelli di elevazione ricavati dai dati dello SRTM vengono usati nei Geographic information system (GIS). Possono essere liberamente scaricati tramite internet ed il loro formato di file è supportato da parecchi programmi software. Lo Shuttle Radar Topography Mission è un progetto internazionale guidato dalla U.S. National Geospatial-Intelligence Agency (NGA) e dalla U.S. National Aeronautics and Space Administration (NASA).

Orientazione astronomica del complesso absidale

La chiesa di San Giorgio mostra anche un'altra peculiarità oltre all'orientazione opposta rispetto a quanto previsto dalle regole liturgiche stabilite dalla chiesa Romana. Il complesso absidale risulta inclinato rispetto all'asse della navata di ben 12° verso sud in modo tale che il suo asse sia orientato secondo un azimut astronomico pari a $237^{\circ},4 \pm 0^{\circ},1$ con un'altezza angolare apparente dell'orizzonte naturale locale: $ho=+1,5$. Tale valore può essere inteso anche come l'azimut di orientazione dell'asse dell'unica monofora presente nell'abside centrale.

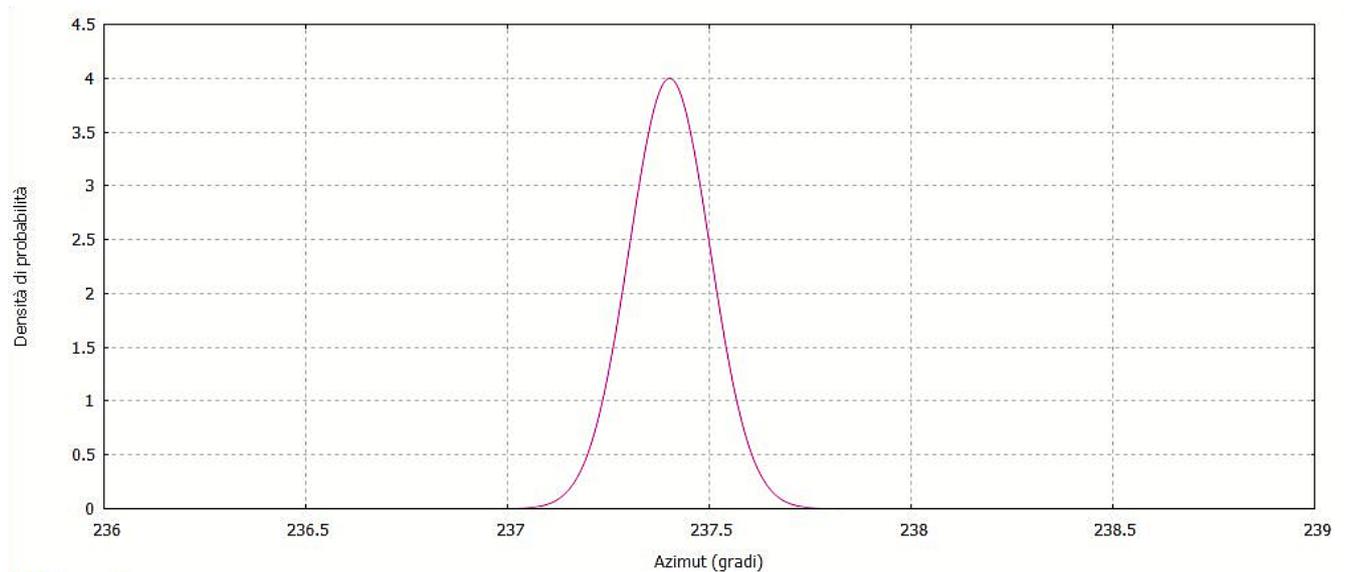


Azimut di orientazione della zona absidale e dell'asse della monofora dell'abside centrale della chiesa di San Giorgio.

I limiti di confidenza relativi all'azimut di orientazione del complesso absidale, per un livello di affidabilità pari al 95% sono i seguenti:

$$\text{Az(up)} = 237^{\circ},6 \ ; \ \text{Az(down)} = 237^{\circ},2$$

Questi valori dell'azimut di orientazione e dei margini di confidenza rappresentano i dati di partenza per esaminare l'orientazione astronomica del complesso absidale della chiesa di San Giorgio a Petrella Tifernina al fine di eseguire l'analisi archeoastronomica.



Funzione densità di probabilità corrispondente all'azimut di orientazione del complesso absidale della chiesa romanica di San Giorgio a Petrella Tifernina.

Analisi archeoastronomica

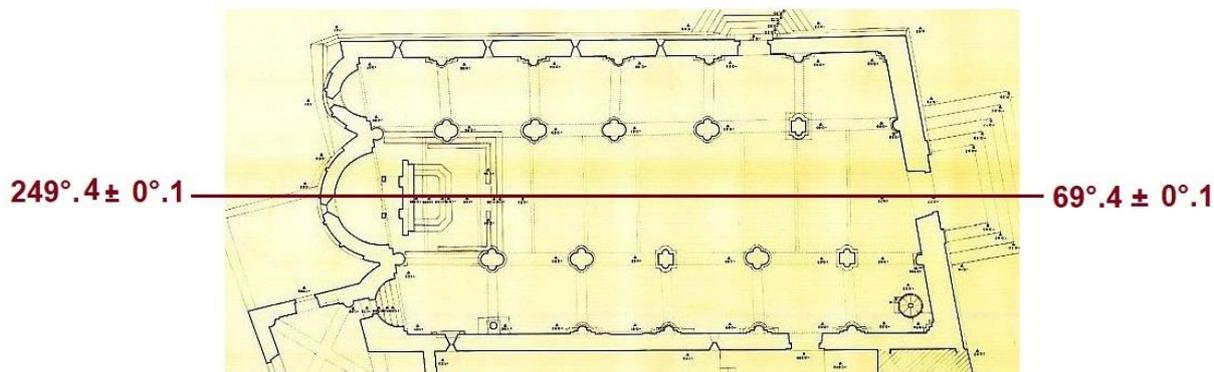
Individuazione del "target" astronomico di orientazione

Datazione

La data di fondazione della chiesa romanica di San Giorgio a Petrella Tifernina è completamente incognita. Unico indizio importante è un'iscrizione posta nella lunetta sopra la porta d'ingresso, la quale oltre a citare la dedizione della chiesa a San Giorgio martire suggerisce che mastro Alferid abbia fondato la chiesa nel 1010.

La navata principale

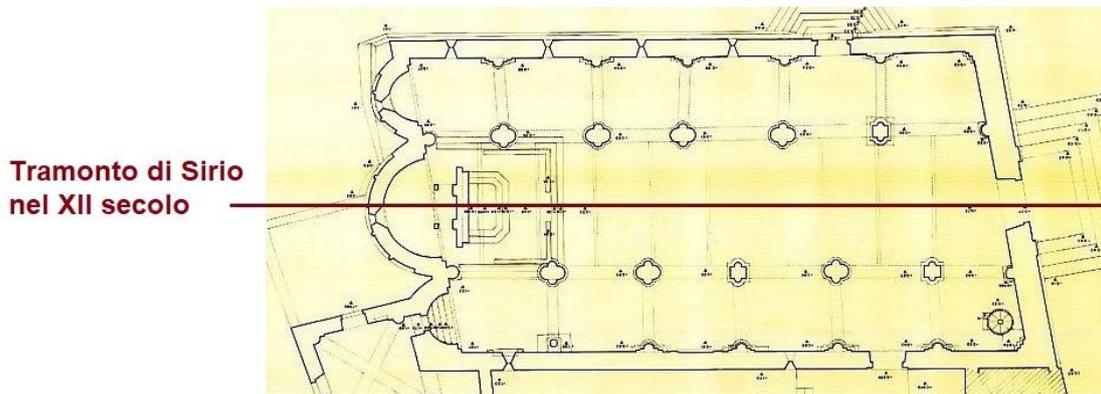
Iniziamo la nostra analisi esaminando l'orientazione della navata principale probabilmente di costruzione successiva al complesso absidale e dovuta ad un architetto diverso da mastro Alferid. Nel caso della navata principale dobbiamo risolvere il problema della inusuale orientazione del suo asse.



L'orientazione dell'asse della navata principale della chiesa di San Giorgio a Petrella Tifernina corrisponde ad un azimut astronomico pari a $249^{\circ},4 \pm 0^{\circ},1$ nella direzione ingresso-abside e a $69^{\circ},4 \pm 0^{\circ},1$ nella direzione opposta. Questa particolare orientazione solleva non pochi interrogativi.

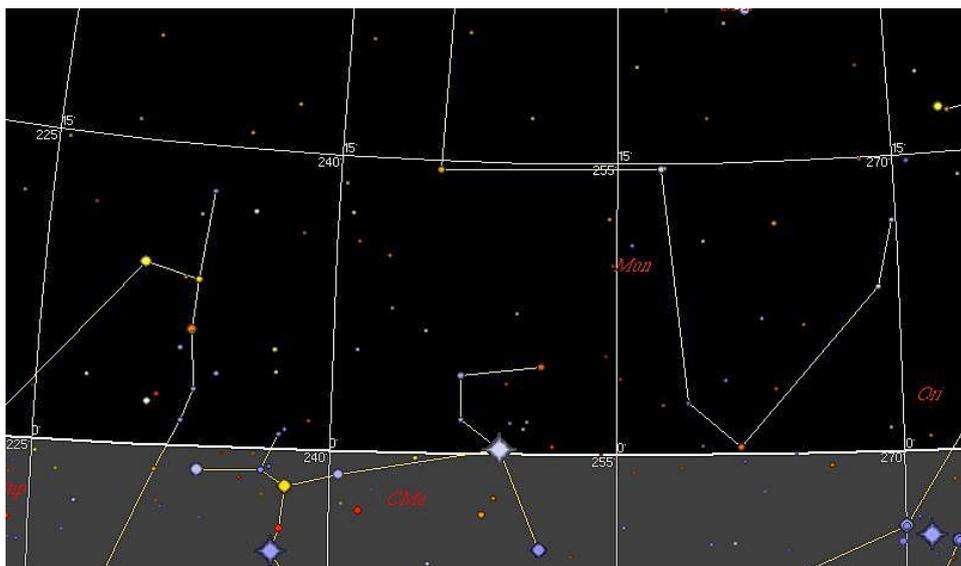
L'orientazione dell'asse della navata pari a $249^{\circ},4 \pm 0^{\circ},1$ solleva non pochi interrogativi. Il primo dei quali è rappresentato dal fatto che contrariamente a quanto stabilito dalle tradizionali regole liturgiche, la direzione ingresso-abside è opposta a quanto stabilito, essendo diretta ad occidente invece che ad oriente. Deve essere esistita una ragione importante per questa particolare scelta da parte dell'architetto fondatore ed eventualmente dei committenti dell'opera. La seconda anomalia riguarda il fatto che essendo liturgicamente prescritta un'orientazione simbolica di tipo solare, per la navata degli edifici chiesastici, nel caso della chiesa di San Giorgio non è possibile stabilirne una coerente con il punto di levata o tramonto del Sole ai solstizi o gli equinozi, ma solo a date intermedie lungo l'anno. Allo stesso modo non esiste alcuna possibilità di associare un "target" di tipo lunare al particolare azimut di orientazione della navata principale. Non rimane quindi che ipotizzare una possibile orientazione di tipo stellare, cioè connessa con il punto di tramonto di qualche particolare stella luminosa importante per l'architetto costruttore o/e per i committenti dell'opera. Le orientazioni di tipo stellare non sono comuni nell'ambito degli edifici di culto cristiano, ma esistono e si verificano nei casi in cui l'architetto costruttore, oppure semplicemente colui che stabilì sul terreno la direzione di orientazione dell'asse della navata dell'edificio di culto, fosse di provenienza non mediterranea, ma tendenzialmente nord-europea e quindi di formazione culturale celtica o germanica. Prendiamo in esame la direzione ingresso-abside dell'asse della navata principale, come già messo in evidenza il suo azimut astronomico di orientazione, peraltro molto accurato, è pari a $249^{\circ},4 \pm 0^{\circ},1$. Eseguendo gli opportuni calcoli astronomici per il XII secolo è stato messo in evidenza che l'asse della navata principale della chiesa di San Giorgio a Pietra Tifernina interseca l'orizzonte naturale locale, con grande precisione, in corrispondenza del punto di tramonto della luminosissima stella Sirio nella costellazione del Cane Maggiore. La differenza tra l'azimut astronomico di orientazione della navata della chiesa e quello di tramonto di Sirio all'orizzonte naturale locale è pari a $0^{\circ},53$. La

probabilità Pr che l'orientazione della navata sia concorde con il punto di tramonto della stella Sirio solamente per ragioni del tutto casuali è pari a: $Pr = 0,003$, quindi il livello di affidabilità del risultato archeoastronomico ottenuto è del 99,7% quindi essendo tale valore di probabilità superiore al 97% che è il limite minimo standard di accettazione dei risultati assunto in fase di analisi archeoastronomica della chiesa di Petrelle Tifernina, si deve concludere che la correlazione tra l'asse della chiesa in direzione ingresso abside e il punto di tramonto di Sirio è reale e tale particolare orientazione fu deliberatamente voluta dall'architetto che eseguì la procedura pratica di fondazione e di orientazione dell'asse.



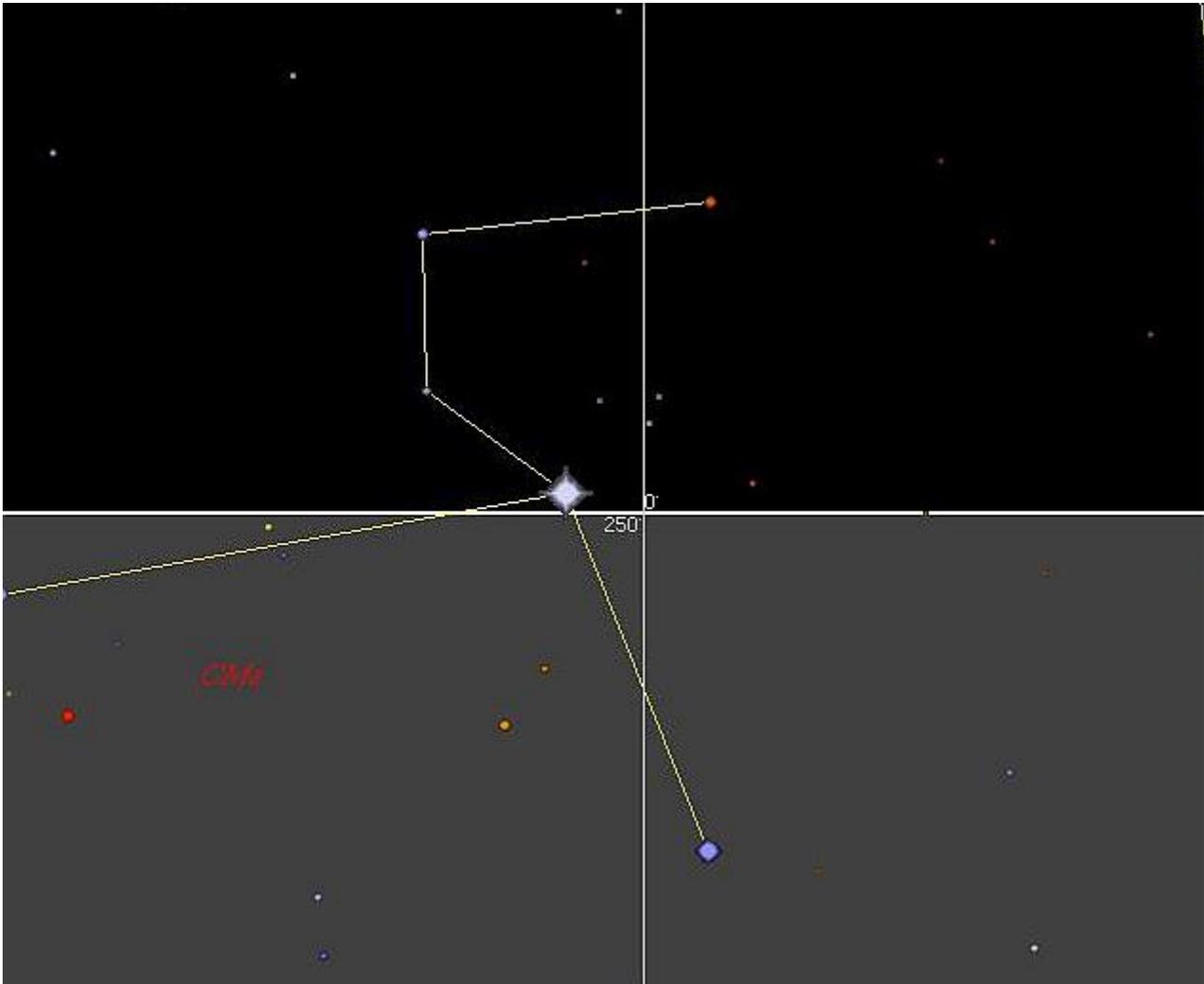
L'asse della navata principale della chiesa di San Giorgio sa Petrella Tifernina risulta orientato verso il punto di sorgere di Sirio all'orizzonte naturale locale durante il XII secolo.

Il punto di tramonto di Sirio era visibile nel segmento di orizzonte naturale locale posto tra il monte Pesco della Messa ($Az=242^{\circ},3$) e il Monte Acquaviva ($Az=314^{\circ},4$). Durante il XII secolo Sirio era visibile in cielo dal 30 Luglio, al mattino presto, prima dell'alba, poi per tutto l'inverno fino al 3 Maggio dell'anno successivo quando era visibile per pochissimo tempo dopo il tramonto del Sole prima che anche la stella scendesse al di sotto dell'orizzonte locale.



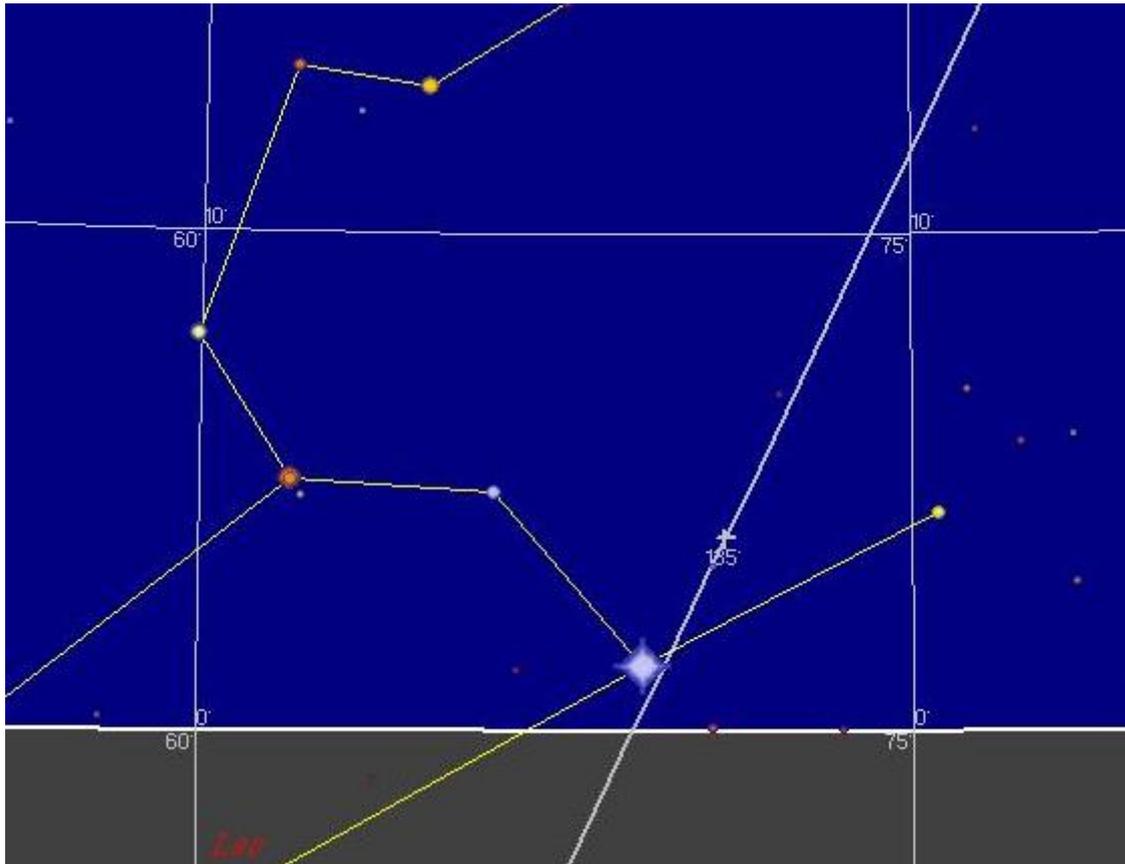
Tramonto della stella Sirio all'orizzonte naturale locale lungo l'asse della navata della chiesa di San Giorgio a Petrella Tifernina, nella direzione ingresso-abside, durante il XII secolo.

La correlazione tra il punto di intersezione dell'asse della chiesa e il profilo dell'orizzonte naturale locale è molto accurata e tale da escludere qualsiasi corrispondenza casuale.



Tramonto della stella Sirio all'orizzonte naturale locale lungo l'asse della navata della chiesa di San Giorgio a Petrella Tifernina, nella direzione ingresso-abside, durante il XII secolo.

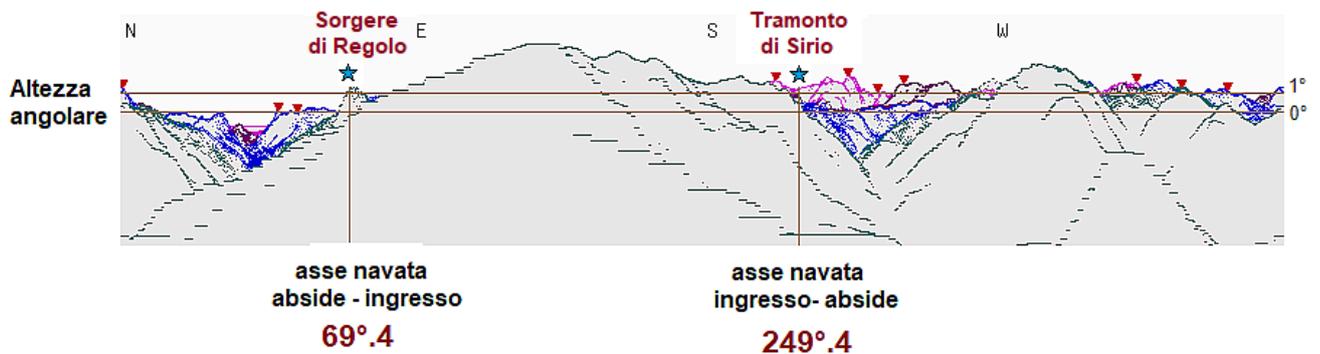
Occupiamoci ora della direzione abside ingresso della navata principale della chiesa di San Giorgio, orientato secondo un azimut astronomico di $69^{\circ},4 \pm 0^{\circ},1$. Il calcolo astronomico mostra che nel XII secolo tale asse era diretto verso il punto dell'orizzonte dove era visibile il sorgere di un'altra stella luminosa e cioè Regolo nella costellazione del Leone. A Petrella Tifernina la visibilità del sorgere di Regolo era compresa tra il 18 Agosto e il 8 Luglio del successivo anno e sorgeva una decina di gradi più a destra del monte Fontanelli secondo un azimut astronomico pari a $69^{\circ},1$ con una differenza di circa $0^{\circ},3$ rispetto alla direzione dell'asse della chiesa. La probabilità di casualità della concordanza tra la direzione dell'asse della navata e il punto di sorgere della stella è risultata essere: $Pr=0,0016$ quindi tale allineamento risulta essere probabile con un livello di probabilità pari al 99,8% e anche questa soluzione passa, con molto successo il test statistico del 97% precedentemente descritto.



Sorgere di Regolo nella costellazione del Leone nel XII secolo lungo la direzione dell'asse della chiesa di Petrella Tifernina nella direzione abside-ingresso.

Petrella Tifernina - chiesa di San Giorgio

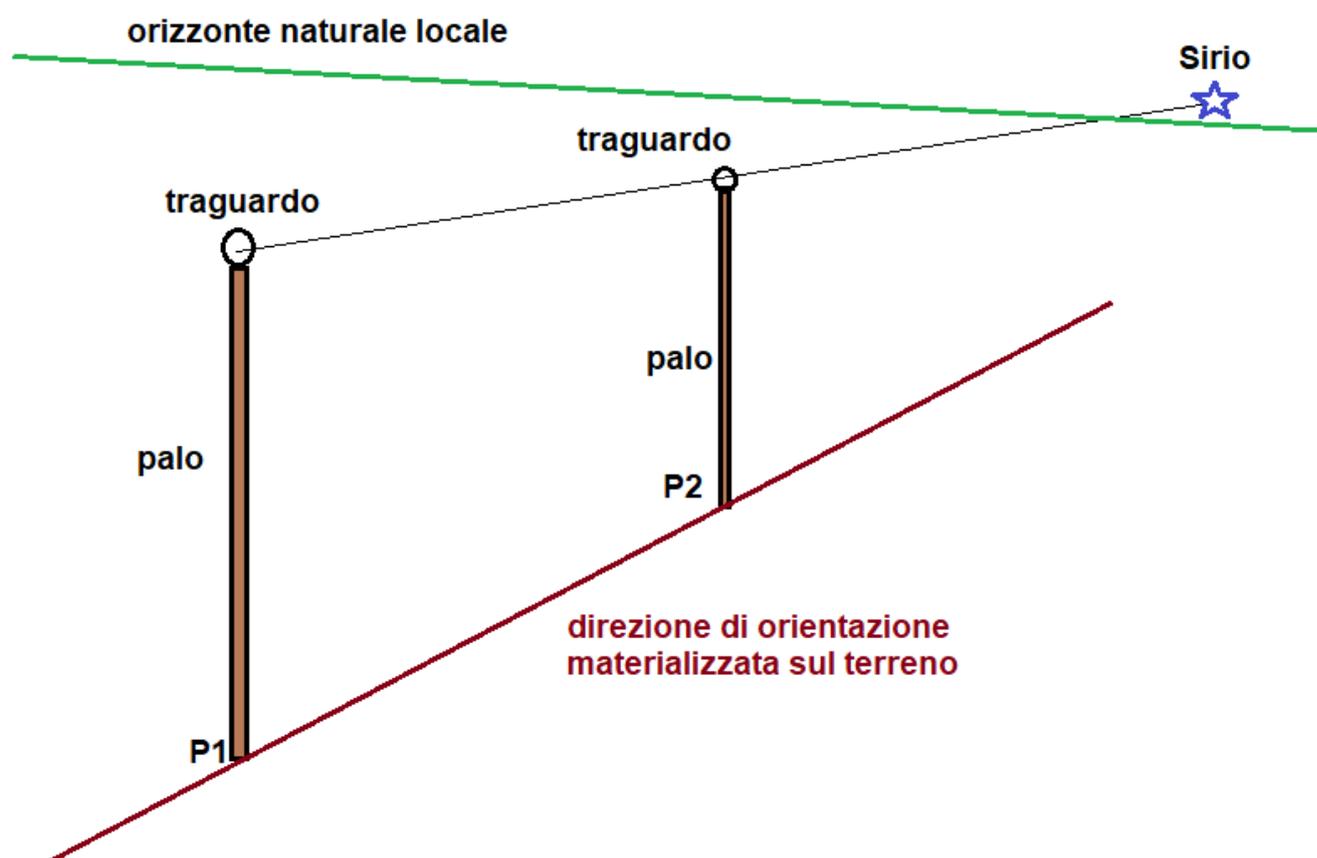
latitude 41.692778 N longitude 14.695 E
 elevation 656m above sea level (2m above ground)
 (vertical scale exaggerated 5.9x)



Punti di sorgere di Regolo e di Tramonto di Sirio all'orizzonte naturale locale lungo l'asse della chiesa di San Giorgio a Petrella Tifernina durante il XII secolo.

Metodologia di orientazione stellare della navata

Dobbiamo ora occuparci della ricostruzione della metodologia presumibilmente applicata al fine di stabilire e tracciare sul terreno la direzione stellare richiesta. L'asse della navata è risultata allineata verso il punto di tramonto della stella Sirio durante il XII secolo e a quell'epoca non esisteva una metodologia geometrica per tracciare sul terreno direzioni di tipo stellare quindi l'allineamento fu eseguito "a vista" cioè osservando direttamente il punto di tramonto della stella all'orizzonte naturale locale nella direzione occidentale. L'osservazione permise di individuare la direzione astronomica richiesta e utilizzando la collimazione diretta della stella attraverso due mire poste sulla sommità di due pali mentre tramontava. La posizione dei due pali sul terreno permise la materializzazione della direzione di orientazione richiesta.

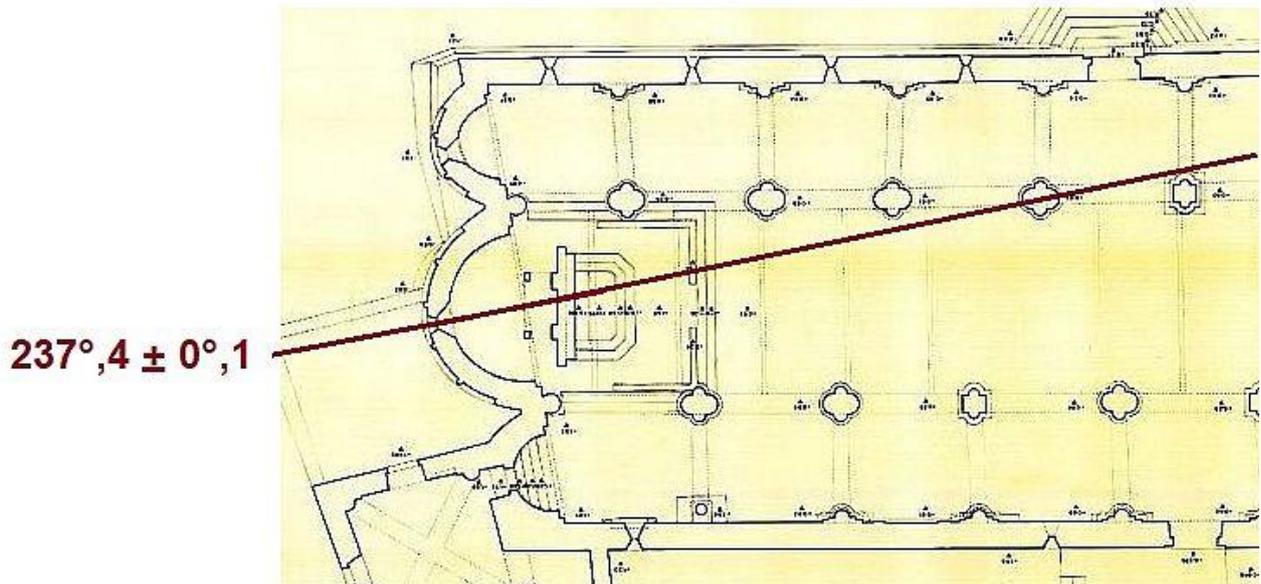


Metodologia di orientazione a vista della navata principale della chiesa di San Giorgio

Il complesso absidale

Occupiamoci ora del complesso absidale. Osservando la planimetria della chiesa di San Giorgio si rileva immediatamente che l'asse del complesso absidale devia sensibilmente

rispetto all'asse della navata principale. A prima vista sembrerebbe che l'architetto costruttore abbia tentato di rientrare nelle regole canoniche dell'orientazione solare inclinando l'asse del complesso absidale di 12° rispetto all'asse della navata in modo da ridurre la deviazione rispetto alle direzioni cardinali astronomiche.



La direzione dell'asse del complesso absidale si sviluppa secondo un azimuth astronomico pari a $237^{\circ},4 \pm 0^{\circ},1$ rispetto alla direzione nord del meridiano astronomico locale.

La direzione dell'asse del complesso absidale, codificata con grande probabilità da mastro Alferid, è orientata secondo un azimuth astronomico pari a $237^{\circ},4 \pm 0^{\circ},1$ rispetto alla direzione nord del meridiano astronomico locale. Abbiamo anche un altro problema: quello della data di fondazione che per ora è del tutto incognita, ma assumeremo validi l'anno 1010 come indicato dalla lunetta. La non conoscenza della data di fondazione non è rilevante dal punto di vista solare poiché gli azimuth astronomici di levata e tramonto del Sole variano molto lentamente nel tempo dipendendo quasi esclusivamente dal lentissimo cambiamento dell'inclinazione dell'asse della Terra (Obliquità dell'Eclittica). Calcoliamo ora gli azimuth astronomici teorici di sorgere e del tramontare del Sole durante il XI secolo visibile a Petrella Tifernina dal luogo dove sorge la chiesa di San Giorgio e confrontiamoli con quanto rilevato sperimentalmente. Si è quindi provveduto a calcolare gli azimuth astronomici di sorgere e tramontare del Sole al solstizio d'estate (declinazione solare $\delta=+e$), al solstizio d'inverno (declinazione solare $\delta=-e$) e agli equinozi (declinazione solare $\delta=0$), per differenti altezze angolari dell'orizzonte naturale locale variabili da 0° a 10° osservabili dal sito della chiesa. La tabella I riporta gli azimuth astronomici di sorgere e di tramontare del bordo superiore (U) del disco solare, del centro del disco (C) e del bordo inferiore di esso (D). Il valore di "e" è pari a $23^{\circ},5$ e corrisponde all'obliquità dell'Eclittica, cioè l'inclinazione dell'asse della Terra rispetto al piano della sua orbita intorno al Sole. Se consideriamo le ultime tre righe della tabella, per un'altezza dell'orizzonte naturale locale compresa tra 0° e 2° , rileviamo che l'azimut teorico di tramonto del Sole da dietro le alture

che definiscono il profilo dell'orizzonte naturale locale è compreso tra 236° e 238°,3 e 235°,8 nel caso del centro del disco dell'astro (236°,1 e 238°,5 nel caso del bordo superiore del disco solare e 238°,0 e 235°,6 nel caso del bordo inferiore di esso).

Place: Petrella Tifernina

Latitude: 41.69 Degrees

Year: 1150.0

Decl.	Height of the local horizon (degrees)											
	0		2		4		6		8		10	
	Rise	Set	Rise	Set	Rise	Set	Rise	Set	Rise	Set	Rise	Set
+e U	56.8	303.2	59.2	300.8	61.3	298.7	63.2	296.8	65.1	294.9	67.0	293.0
+e C	57.0	303.0	59.4	300.6	61.5	298.5	63.5	296.5	65.4	294.6	67.2	292.8
+e D	57.3	302.7	59.7	300.3	61.8	298.2	63.7	296.3	65.6	294.4	67.4	292.6
0 U	89.3	270.7	91.3	268.7	93.2	266.8	95.0	265.0	96.9	263.1	98.7	261.3
0 C	89.5	270.5	91.5	268.5	93.4	266.6	95.2	264.8	97.1	262.9	99.0	261.0
0 D	89.7	270.3	91.7	268.3	93.6	266.4	95.5	264.5	97.3	262.7	99.2	260.8
-e U	121.5	238.5	123.9	236.1	126.3	233.7	128.7	231.3	131.2	228.8	134.0	226.0
-e C	121.7	238.3	124.2	235.8	126.6	233.4	129.0	231.0	131.6	228.4	134.3	225.7
-e D	122.0	238.0	124.4	235.6	126.8	233.2	129.3	230.7	131.9	228.1	134.7	225.3

Rise : Azimuth of the rising Sun (degrees)

Set : Azimuth of the setting Sun (degrees)

(measured eastward from the North direction).

U : Upper limb (first gleaming)

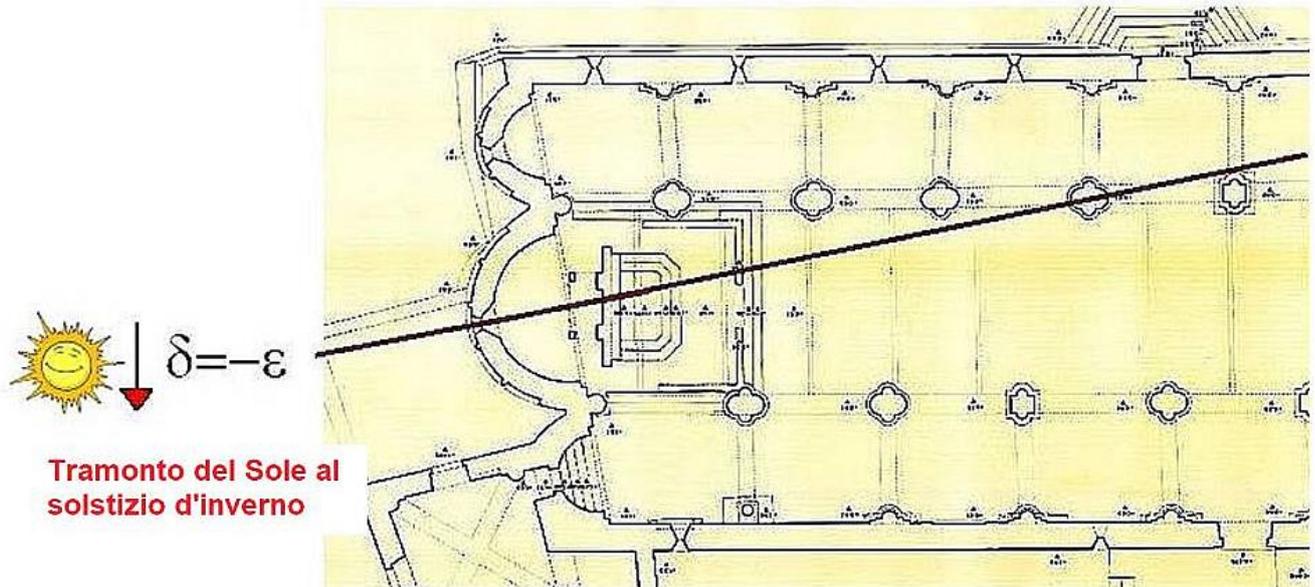
C : Center of the disk

D : Lower limb (last contact)

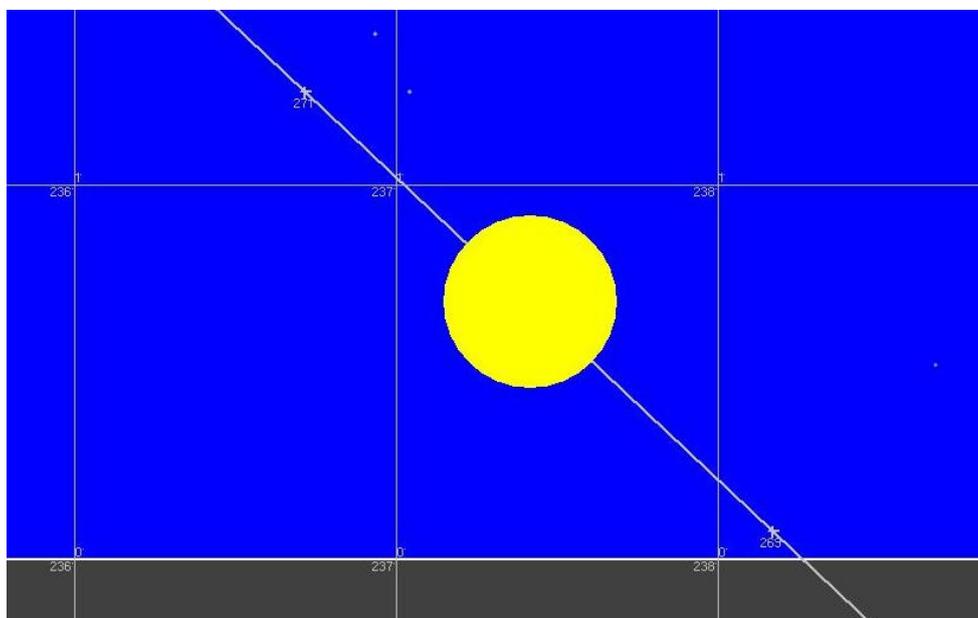
Tabella I - Azimut astronomici di sorgere e tramontare del Sole al solstizio d'estate (declinazione solare $\delta=+e$), al solstizio d'inverno (declinazione solare $\delta=-e$) e agli equinozi (declinazione solare $\delta=0$), per differenti altezze angolari dell'orizzonte naturale locale variabili da 0° a 10°. La tabella riporta gli azimut astronomici di sorgere e di tramontare del bordo superiore (U) del disco solare, del centro del disco (C) e del bordo inferiore di esso (D). Il valore di "e" è pari a 23°,5 e corrisponde all'obliquità dell'Eclittica, cioè l'inclinazione dell'asse della Terra rispetto al piano della sua orbita intorno al Sole. Se consideriamo le ultime tre righe della tabella, per un'altezza dell'orizzonte naturale locale compresa tra 0° e 2°, rileviamo che l'azimut teorico di tramonto del Sole da dietro le alture che definiscono il profilo dell'orizzonte naturale locale è compreso tra 236° e 238°,3 e 235°,8 nel caso del centro del disco dell'astro (236°,1 e 238°,5 nel caso del bordo superiore del disco solare e 238°,0 e 235°,6 nel caso del bordo inferiore di esso). Questi valori corrispondono perfettamente all'orientazione dell'asse del complesso absidale della chiesa di San Giorgio a Petrella Tifernina.

Questi valori corrispondono perfettamente all'orientazione dell'asse del complesso absidale della chiesa di San Giorgio a Petrella Tifernina quindi allo stadio attuale delle conoscenze dobbiamo riconoscere che l'asse del complesso absidale della chiesa di San

Giorgio a Petrella Tifernina fu allineato verso il punto di tramonto del Sole al solstizio d'inverno durante il XI secolo. Il Sole al tramonto era visibile entro la sella posta un poco più a sud della cima del Monte Accrone ($Az=234^{\circ},41$) distante 40,5 chilometri dal sito della chiesa.



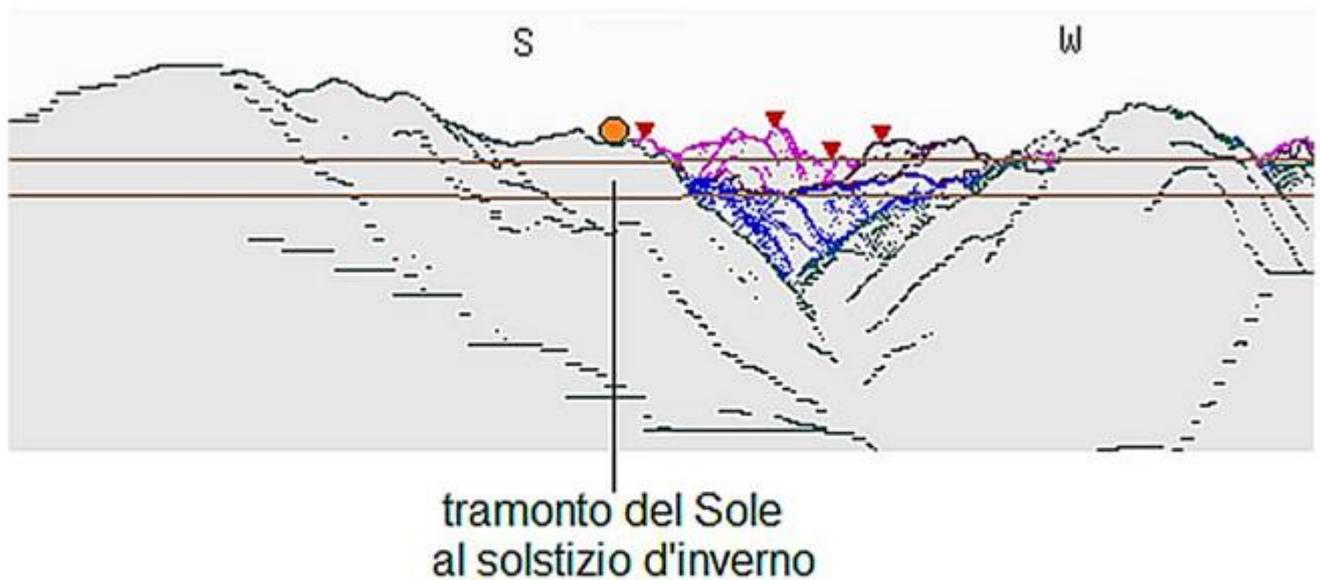
L'orientazione dell'asse del complesso absidale della chiesa di San Giorgio è consistente con il punto di tramonto del Sole all'orizzonte naturale locale al solstizio d'inverno durante il XI secolo.



Tramonto del Sole al solstizio d'inverno, il 14 Dicembre durante il XII secolo, lungo l'asse del complesso absidale della chiesa di San Giorgio a Petrella Tifernina.

La discrepanza tra l'azimut astronomico misurato e quello del Sole al tramonto all'orizzonte naturale locale alla sera del solstizio d'inverno che nel XII secolo è pari a

0°,02. Questo implica che la probabilità Pr di casualità dell'orientazione solstiziale messa in evidenza è pari a: $Pr=0.00011$ la quale corrisponde ad un livello di affidabilità del 99.99%. Nuovamente siamo oltre il livello minimo del 97% per l'accettazione della significatività astronomica dell'allineamento messo in evidenza quindi anche in questo caso la deviazione dell'asse del complesso absidale rispetto a quello della navata principale e la corrispondente orientazione astronomica devono essere ritenuti intenzionali e deliberatamente voluti in fase di progettazione e costruzione dell'edificio chiesastico. Nel XII secolo, per effetto della progressiva deriva del Calendario Giuliano rispetto al computo solare vero, il solstizio d'inverno avveniva il 14 Dicembre.



Sintesi S.R.T.M. (Shuttle Radar Topography Mapping)

Tramonto del Sole al solstizio d'Inverno lungo l'asse del complesso absidale della chiesa di San Giorgio all'orizzonte naturale locale nella sella appena a sud del Monte Accrone.

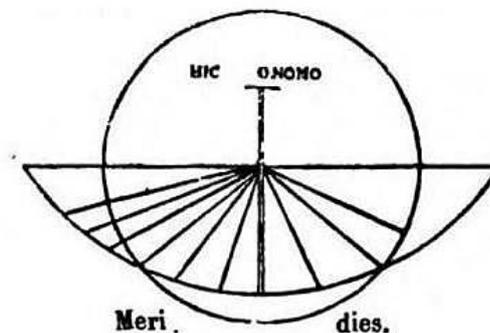
Ora è necessario cercare di capire quale sia stato il metodo utilizzato per stabilire, e materializzare la sul terreno, la direzione solstiziale solare invernale. Dall'analisi degli errori di orientazione è risultato che il metodo più probabilmente utilizzato fu quello cosiddetto dei "5 passi" descritto in precedenza, dopo che le direzioni cardinali erano state stabilite utilizzando il metodo del cerchio indiano. La versione utilizzata da Alferid fu probabilmente quella descritta nel *Geometria* di Gerberto d'Aurillac (Papa Silvestro II), che lui a quanto pare doveva conoscere, tracciando un cerchio di circa 3 passi di raggio, pari a circa 2,25 metri lineari e utilizzando uno gnomone alto circa 1 passo pari a circa 75 cm. Successivamente, dopo aver materializzato sul terreno le direzioni cardinali astronomiche, mastro Alferid si pose al centro del cerchio e camminò verso sud percorrendo 3 passi e poi ortogonalmente verso ovest di altri due. A questo punto pose un segnacolo sul terreno e la direzione stabilita partendo dal centro del cerchio e passando per il segnacolo costituiva con ottima approssimazione la direzione del tramonto del Sole al solstizio d'inverno. Tale direzione materializzava con buona approssimazione sul

terreno la linea del tramonto solstiziale invernale. In questo modo mastro Alferid stabilì sul terreno una direzione il cui azimut astronomico teorico era pari a $236^{\circ},3$ valore molto prossimo all'azimut astronomico di orientazione del complesso absidale della chiesa di San Giorgio, entro i margini di errore di $\pm 2^{\circ}$ tipici del particolare metodo applicato. Invece che i semplici passi, mastro Alferid potrebbe aver utilizzato lo gnomone riportandolo sul terreno 5 volte secondo lo schema ortogonale descritto.

daI GEOMETRIA GERBERTI

Optimum est ergo umbram horæ sextæ deprehendere, et ab ea limitem inchoare, ut sint semper meridiano tempore ordinati, sequitur, ut orientis occidentisque linea huic normaliter conveniat. Scribamus primum circulum in terra loco plano, et in puncto ejus sciotherum ponemus, cujus umbra et intra circulum aliquando exeat, et aliquando intret. Certum est enim tam orientis quam occidentis umbras deprehendere. Attendemus igitur, quemadmodum a primo solis ortu umbra cohibeatur. Deinde cum ad circuli lineam pervenerit, notabimus eum

Textus hujus capituli perturbatus et obscurus est circumferentiæ locum. Similiter exeuntem notabimus. Notatis ergo duabus circuli partibus intrantis umbræ et exeuntis loco rectam lineam a signo ad signum circumferentiæ ducemus, et medium notabimus, per quem locum recta linea exire debet a puncto circuli; per quam lineam cardinem dirigemus, et ab ea normaliter in rectum decumanos emittemus, et ex quacunque ejus lineæ parte normaliter invenerimus, decumanum recte constituamus.



Il metodo del Cerchio indiano secondo il Geometria di Gerbert d'Aurillac.

La "Cantina di San Giorgio"

La cripta della chiesa, che secondo la letteratura dovrebbe corrispondere ad un antico tempio di origine bizantina, ipotesi che personalmente non mi sento di sottoscrivere ritenendo la cripta coeva al complesso absidale della chiesa. La cripta è caratterizzata da una struttura molto particolare perché è formata da due piccoli ambienti a diverso livello non sovrapposti ma forse una volta comunicanti per mezzo di una scaletta interna, oggi interrotta da un muro, dopo qualche gradino. Alla parte superiore, a base quadrata, si accede dall'abside sinistra della chiesa ed è l'attuale sacrestia. Tolto l'intonaco agli angoli, sono tornati a vista le colonne con i capitelli doricizzanti da cui si diramano robusti

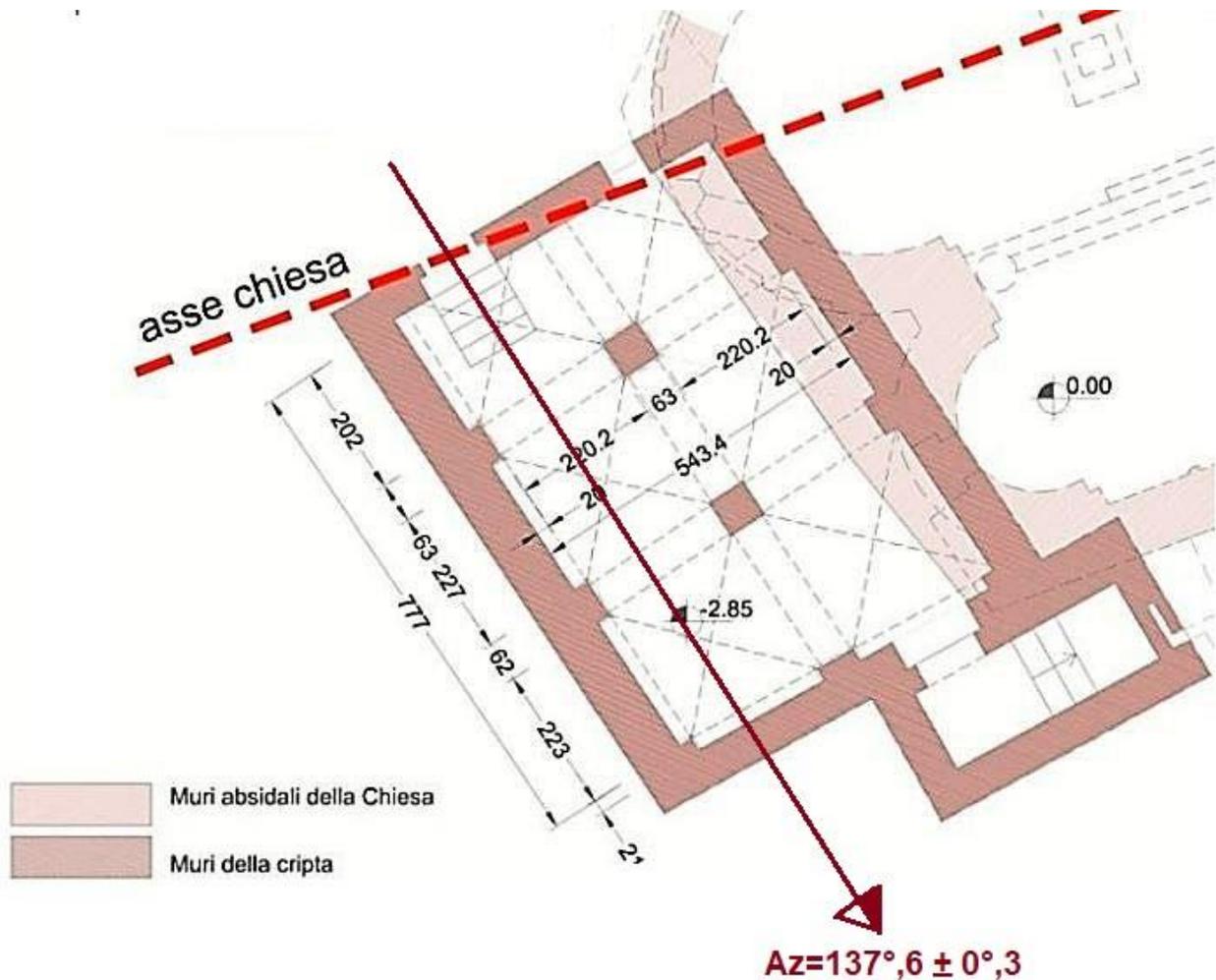
costoloni che determinano la copertura a crociera. La parte inferiore, comunemente chiamata "Cripta di San Giorgio" ed anche "Cantina di San Giorgio" poiché vi si usava in passato conservare il vino offerto al Santo, sorge addossata alla Chiesa, tra l'abside centrale e la sacrestia, con ingresso su una piccola piazzetta denominata anticamente Largo della Chiesa vecchia: denominazione tramandatasi di generazione in generazione. La piccola chiesa, trova dei riferimenti in costruzioni analoghe esistenti in Puglia e Lucania. I muri perimetrali sono realizzati in pietra rozzamente squadrata, sia nella parte interna che in quella esterna dei tratti in elevazione.



Interno della cripta

Il pavimento della Cripta è più basso rispetto al piano stradale di circa 1,10 metri; sull'architrave dell'ingresso vi è scritto "SS. Salvatori 1565". Si tratta di un vano rettangolare di mt. 5,30 x 8,30, diviso in sei campate da due robusti pilastri (alti mt. 1,50) con capitelli semplicissimi dai quali partono le voltine a crociera. Le campate sono formate da conglomerati di pietra e malta. Il muro dove si trova l'attuale ingresso non è quello originario, come si rileva dagli archi interni delle pareti laterali che si interrompono; anche l'ingresso originario non corrisponde a quello attuale, e dovette essere murato quando si procedette alla costruzione dell'ambiente superiore che forse era connesso con altre strutture religiose in parte distrutte al momento della costruzione della Chiesa di S. Giorgio ed in parte incorporate nelle vicine case. Attualmente il tempio bizantino viene collocato cronologicamente al IX-X secolo, ma è più probabile sia dello XI secolo. Il suo rilievo archeoastronomico eseguito combinando le immagini da satellite con le accurate planimetrie attualmente disponibili ha permesso di dedurre, con buona approssimazione, l'azimut astronomico di orientazione dell'asse dell'aula rispetto alla

direzione nord del meridiano astronomico locale ottenendo un valore pari ad $Az=137^{\circ},6 \pm 0^{\circ},3$. In quella direzione il profilo dell'orizzonte naturale locale mostra un rialzo dovuto ad un'altura di sfondo tanto che l'altezza angolare apparente della "skyline" pari a $+4^{\circ},5$.



Azimut astronomico di orientazione della cripta bizantina

Il calcolo astronomico ha mostrato che l'antico tempio bizantino fu fondato e orientato sulla base di alcuni criteri di tipo lunare in particolare connessi con la posizione di sorgere della Luna alla sua minima declinazione raggiungibile sulla sfera celeste durante il suo ciclo nodale di 18,61 anni solari tropici durante il IX secolo. Prima di entrare direttamente nel merito della discussione relativa all'analisi arqueoastronomica della cripta bizantina dobbiamo richiamare alcune nozioni in relazione al complesso moto della Luna nel cielo e alle sue svariate periodicità

Il moto apparente della Luna sulla Sfera Celeste

Oltre al Sole un altro corpo celeste che anticamente assunse per queste popolazioni un'importanza fondamentale è la Luna. Vediamo di capire meglio il suo comportamento

in cielo che è molto più complicato di quello del Sole. Al fine di comprendere meglio la problematica connessa con l'osservazione della Luna da parte degli antichi è necessario descrivere, almeno sommariamente, le caratteristiche principali del complicato moto apparente del nostro satellite naturale, nel cielo. La Luna rivoluisce intorno alla Terra muovendosi su una orbita ellittica, la cui orientazione è variabile lentamente nel tempo, ad una distanza media di circa 60 volte il raggio del nostro pianeta. La distanza tra la Terra e la Luna aumenta di circa 4,4 cm ogni anno a causa del trasferimento di momento angolare dalla Terra alla Luna come conseguenza dell'attrito mareale tra questi due corpi celesti. Ad esempio, mediamente, ai tempi della fondazione della chiesa di San Giorgio, la Luna era più vicina alla Terra di circa 40 metri. A causa delle leggi della meccanica orbitale il trasferimento di momento angolare dalla Terra alla Luna causa anche il rallentamento del moto di rotazione del nostro pianeta e quindi la durata del giorno siderale si allunga leggermente durante i secoli e i millenni. Quando si ricostruiscono le condizioni di visibilità delle eclissi avvenute nell'antichità e nel Medioevo è sempre necessario tenere conto di questa variazione. Le distanze estreme raggiunte dalla Luna durante la sua orbita sono rispettivamente 55,4 volte il raggio medio terrestre, la minima al perigeo e 66,1 volte la massima, all'apogeo. La linea ideale congiungente l'Apogeo e il Perigeo è detta linea degli Apsidi la quale ruota, in senso diretto, cioè in direzione del moto orbitale della Luna, a causa delle perturbazioni gravitazionali combinate dovute alla Terra e al Sole, in modo tale che in 3232,59 giorni solari medi venga compiuto un giro completo rispetto alla posizione delle stelle sulla sfera celeste. I punti di intersezione tra l'orbita lunare e il piano dell'orbita terrestre sono detti *Nodi*. Il nodo ascendente corrisponde al punto in cui la Luna attraversa il piano orbitale della Terra salendo da latitudini eclittiche negative (australi) a latitudini positive (boreali). Il nodo discendente, invece corrisponde al punto di intersezione in cui la Luna scende dalle latitudini eclittiche boreali a quelle australi. Questi due particolari punti si muovono sotto l'effetto combinato dell'attrazione gravitazionale del Sole e della Terra sulla Luna. Il moto dei nodi dell'orbita lunare è retrogrado cioè diretto in senso opposto rispetto alla direzione del moto della Luna nella sua orbita. Una rotazione completa dei nodi richiede 6798 giorni solari medi che corrispondono a 18,61 anni solari; questo valore numerico è molto importante dal punto di vista storico ed archeoastronomico. Durante una completa rivoluzione sinodica media pari a 29,5306 giorni, cioè un ciclo completo di fasi lunari, la Luna descrive sulla sfera celeste, poco più di un cerchio completo inclinato di $5^{\circ},15$ rispetto al cerchio dell'Eclittica, valore anche questo soggetto a variazione nel tempo. La variazione in questo caso è di tipo periodico ed ha una ampiezza di $0^{\circ},15$ gradi e un periodo di 173,3 giorni. Anche questo valore rappresenta un numero importante dal punto di vista storico, infatti esso è la metà del cosiddetto "*Anno delle Eclissi*" che quindi comprende 346,6 giorni solari medi. Il particolare valore dell'inclinazione dell'orbita della Luna, implica che nelle regioni geografiche corrispondenti all'Europa, durante l'inverno, nelle notti di plenilunio, la Luna sia visibile molto alta nel cielo. Durante l'estate invece si verifica la situazione opposta, cioè nelle notti di plenilunio la Luna è posizionata bassa sull'orizzonte.

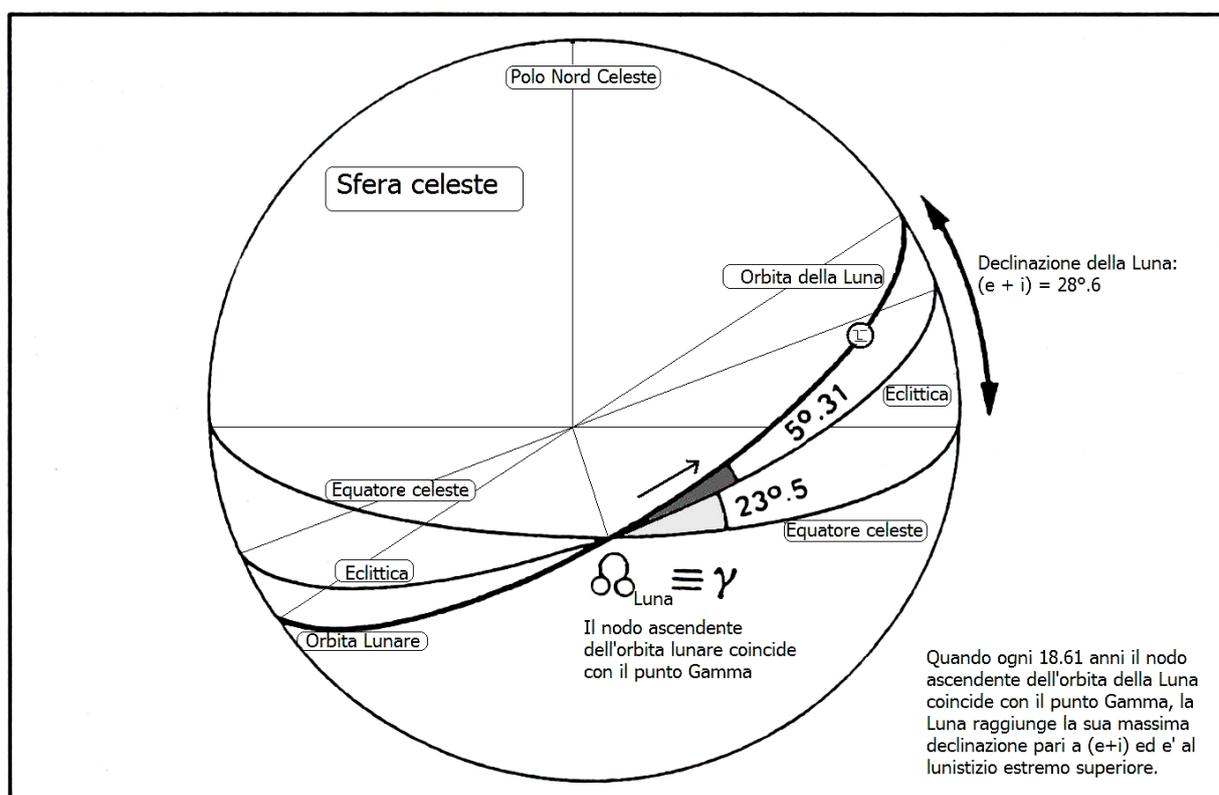
Le periodicità della Luna

La Luna presenta molte periodicità tra le quali annoveriamo il mese sinodico e il mese siderale che sono di grande importanza dal punto di vista archeoastronomico. Il mese

sinodico è definito come l'intervallo richiesto alla Luna per passare da una determinata fase alla successiva dello stesso tipo, per esempio da un plenilunio al successivo. La lunghezza del mese sinodico lunare vale 29,5306 giorni solari medi. Il mese siderale lunare invece è l'intervallo che intercorre tra due passaggi consecutivi della Luna presso la medesima configurazione di stelle. La lunghezza del mese siderale vale 27,322 giorni solari medi, quindi risulta essere più corto di circa 2 giorni rispetto a quello sinodico. Ragionando dal punto di vista dello sviluppo dei calendari lunisolari è necessario prendere in esame anche altre due periodicità: le rivoluzioni *Draconitica* e *Anomalistica*. Il fenomeno della retrogradazione dei nodi lunari, la cui periodicità è 18,61 anni solari tropici, venne probabilmente scoperto solamente in maniera indiretta sulla base dell'osservazione della cadenza delle eclissi, oppure in seguito ad un lungo e continuo lavoro di osservazione dello spostamento dei punti di sorgere e di tramontare dell'astro all'orizzonte naturale locale. Il nodo ascendente dell'orbita lunare, per effetto del suo moto retrogrado si muove in modo da andare incontro alla Luna, quindi l'intervallo tra due passaggi consecutivi allo stesso nodo è più corto se paragonato al periodo di rivoluzione siderale. Questo periodo è detto *Periodo Draconitico* e vale attualmente 27 giorni, 5 ore, 5 minuti e 35.8 secondi di tempo medio. Il periodo di rivoluzione *Anomalistica* è l'intervallo tra due passaggi della Luna al perigeo, cioè l'intervallo di tempo richiesto per tornare due volte consecutive nello stesso punto della sua orbita. La durata della rivoluzione *Anomalistica* è 27 giorni, 13 ore, 18 minuti e 33.1 secondi di tempo medio. Infine abbiamo la rivoluzione *Tropica* che rappresenta l'intervallo di tempo tra due congiunzioni eclittiche successive tra la Luna e il punto Gamma o punto equinoziale primaverile, cioè il punto occupato annualmente dal Sole nell'istante in cui avviene l'equinozio di primavera. La rivoluzione *tropica* è più corta della rivoluzione siderale di circa 7 secondi perché la direzione del punto equinoziale primaverile non è fissa nello spazio, ma per effetto del fenomeno della Precessione si sposta in senso retrogrado lungo l'Eclittica andando incontro alla Luna. Riassumendo, esistono quindi cinque tipi di rivoluzioni lunari: 1) la rivoluzione *Sinodica* (detta anche lunazione), 2) la rivoluzione *Tropica*, 3) la rivoluzione *Siderale*, 4) la rivoluzione *Draconitica*, 5) la rivoluzione *Anomalistica*; appare quindi evidente che il moto apparente del nostro satellite naturale è così complesso che un gran numero di famosi matematici tra i quali Newton, Gauss, Eulero, Laplace, Delaunay e molti altri dedicarono gran parte della loro vita a sviluppare metodi di calcolo che fossero in grado di prevedere con la massima accuratezza possibile la posizione apparente della Luna nel cielo. Tutti questi sforzi vennero compiuti negli anni che vanno da XVII secolo in poi sotto la spinta della necessità di determinare con la massima accuratezza possibile la posizione delle navi in mare durante la navigazione oceanica. I matematici dei secoli scorsi affrontarono il problema armati delle più efficienti tecniche di calcolo disponibili a quei tempi; invece con molta probabilità sia chi osservava il cielo durante la preistoria che i più recenti druidi celtici tentarono, senza alcun formalismo matematico, ma utilizzando il ragionamento, di raggiungere il maggior accordo possibile tra le posizioni previste e la effettiva ubicazione apparente della Luna sulla sfera celeste riuscendoci piuttosto bene, soprattutto questi ultimi. Questo lavoro venne svolto soprattutto per necessità di sviluppare dei calendari efficienti.

Il movimento dei punti di levata e tramonto della Luna

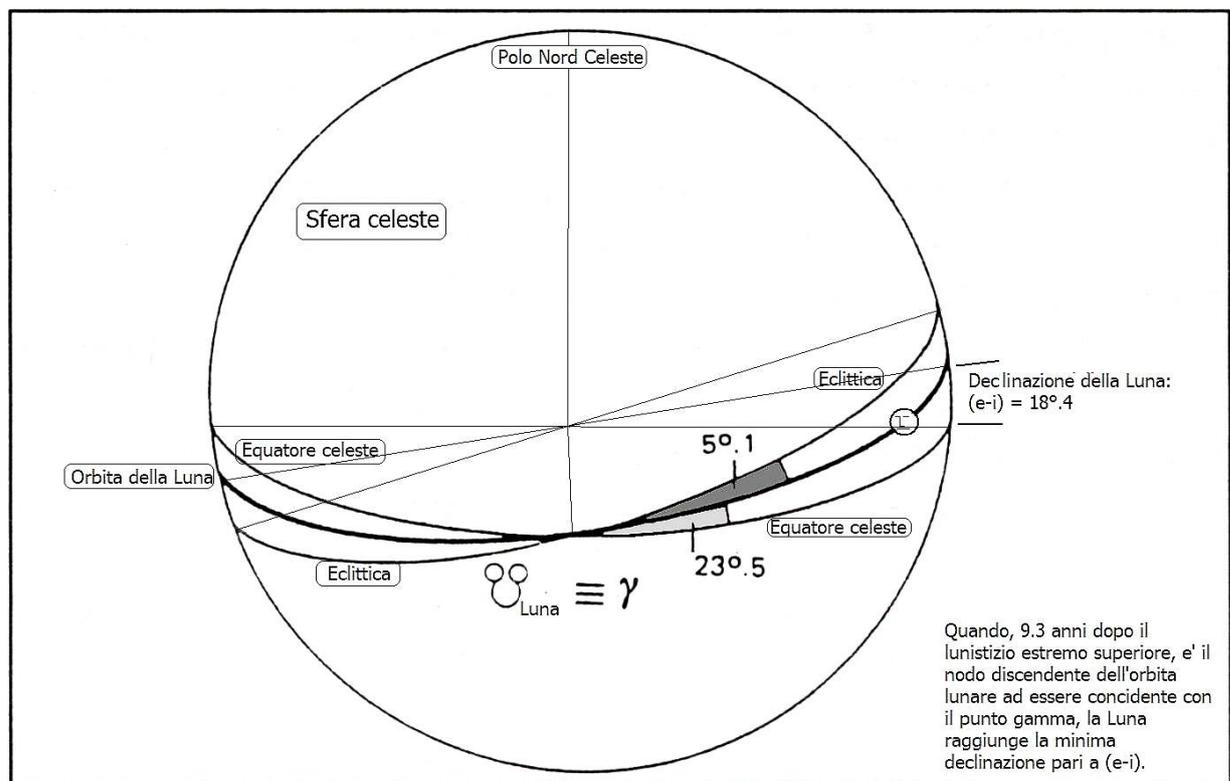
Come abbiamo visto l'orbita della Luna interseca quella della Terra in due punti: i nodi che sono soggetti al fenomeno periodico della retrogradazione; inoltre l'orbita del nostro satellite naturale è inclinata rispetto a quella della Terra di un angolo, chiamato "i" e pari, in media, a 5°,15. L'Eclittica invece è inclinata rispetto all'equatore celeste di un angolo, detto "e", pari attualmente a 23°,45 e lentamente variabile nel tempo oscillando grosso modo da 22° a 24° in un periodo di 41013 anni. Durante la retrogradazione può accadere che, ad una certa epoca, il nodo ascendente vada a coincidere con la posizione del punto Gamma, cioè il punto di intersezione tra l'equatore celeste e l'eclittica, corrispondente alla posizione del Sole nell'istante dell'equinozio di primavera. In questo caso avviene che la Luna, muovendosi lungo la sua orbita, può raggiungere il punto di massima distanza angolare al di sopra dell'equatore celeste, cioè la sua massima declinazione boreale geocentrica, la quale sarà pari a $\delta = (+e+i)$ vale a dire 28°,6. Questo fenomeno è avvenuto l'ultima volta il 15 settembre 2006.



In quel giorno la Luna, in un dato luogo, sorgerà molto a nord, più a settentrione rispetto al punto di levata del Sole al solstizio d'estate, durante il quale l'astro diurno arriva ad avere una declinazione pari solamente a $\delta = +e$. La Luna allora si dice essere al "lunistizio estremo superiore" e il suo punto di levata all'orizzonte astronomico locale è detto punto d'arresto superiore. L'azimut, di levata della Luna, contato dalla direzione nord del meridiano astronomico locale muovendosi positivamente ad est, allora assumerà il minimo valore consentito durante il ciclo di 18,6 anni. Questo valore dipenderà anche dalla latitudine del luogo di osservazione e sarà numericamente tanto minore,

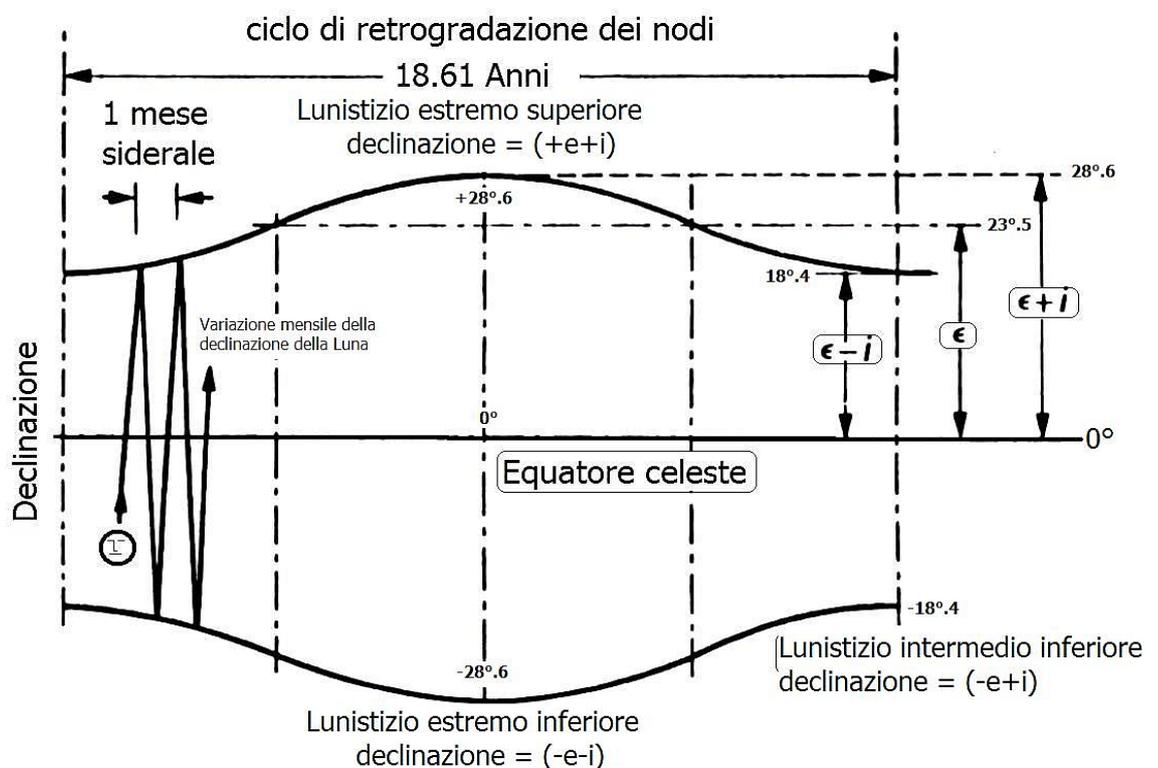
maggiormente il luogo di osservazione si avvicina al polo nord della Terra. Una situazione interessante si verifica qualora il luogo di osservazione sia posto ad una latitudine maggiore o uguale a $\varphi=(90^\circ-e-i)$, in questo caso l'astro notturno diventa temporaneamente circumpolare e anche questo fenomeno si ripete ogni 18,61 anni. Attualmente la latitudine critica perché il fenomeno possa essere visibile vale $61^\circ,4$. A questo proposito è interessante ricordare l'affermazione di Ecateo di Mileto che nel VI secolo a.C. riferiva di un tempio circolare, posto nel paese degli Iperborei (coloro che vivono "sotto l'Orsa Maggiore"), in cui la Luna ogni 19 anni "danzava lungo l'orizzonte" senza mai tramontare. Il tempio fu per molti anni erroneamente identificato con Stonehenge, cosa impossibile a causa del fatto che la latitudine del complesso megalitico britannico è troppo bassa affinché questo fenomeno potesse mai verificarsi. In seguito a studi recenti chi scrive ha proposto l'identificazione del tempio citato da Ecateo di Mileto, con il sito megalitico di Callanish, nell'Isola di Lewis, a nord della Gran Bretagna, luogo in cui il fenomeno poteva effettivamente essere osservato. Nei luoghi posti a latitudini maggiori di $\varphi=(90^\circ-e-i)$, mezzo mese draconitico dopo il lunistizio superiore, cioè 13,6 giorni, l'astro percorrerà la sua traiettoria nel cielo rimanendo sempre sotto l'orizzonte astronomico locale. In prossimità di quei giorni la traiettoria lunare andrà gradualmente abbassandosi fino ad essere percorsa interamente sotto il profilo dell'orizzonte. Quando la Luna si trova al lunistizio estremo superiore e quindi il suo punto di levata all'orizzonte astronomico locale è posizionato al punto d'arresto superiore, allora quella notte l'astro culminerà molto alto e passerà al meridiano alla sua massima altezza. Mezzo mese draconitico dopo, avendo la Luna percorso metà della sua orbita, essa si troverà nella posizione opposta per cui la sua declinazione raggiungerà il minimo valore possibile pari a $\delta=(-e-i)$, raggiungendo il lunistizio estremo inferiore, quindi $-28^\circ,6$, ragionando con i valori attuali (anno 2019) di "e" ed "i". Appare allora evidente che il suo punto di levata sull'orizzonte astronomico sarà spostato più a sud del punto di levata del Sole al solstizio d'inverno. Tale punto sarà quindi indicato, anche lui, col nome di punto d'arresto superiore in quanto la declinazione della Luna è massimamente negativa ed il punto di levata è quello di massimo azimut consentito per una determinata latitudine geografica. In quella notte particolare la Luna sorgerà nella direzione sud-est, rimanendo però molto bassa sull'orizzonte durante il suo movimento nel cielo e tramonterà in direzione sud-ovest. I punti di tramonto degli astri sono simmetrici ai punti di levata rispetto alla linea del meridiano astronomico locale quindi quando la Luna sorge a nord-est tramonterà a nord-ovest e quando sorge a sud-est tramonterà a sud-ovest. Prima del 200 a.C. le declinazioni geocentriche estreme della Luna potevano raggiungere, a causa del fatto che il valore dell'obliquità dell'eclittica era un poco maggiore dei valori attuali, valori superiori ai 29° sopra e sotto l'equatore celeste, quindi anche i punti d'arresto superiore ed inferiore erano un po' più distanti l'uno dall'altro. A questo punto appare di notevole interesse prendere in esame contemporaneamente sia la posizione del Sole e quella della Luna e fare alcune considerazioni. In questo caso si rileva che se l'epoca in cui la Luna è al lunistizio superiore (massima declinazione) in coincidenza con il solstizio estivo, allora l'astro deve giungere in questo particolare punto della sua orbita alla fase di Luna nuova e quindi, mezzo mese dopo essa giunge invece alla sua minima declinazione poco prima del plenilunio. Nel caso il lunistizio superiore coincida con il solstizio invernale, allora la Luna raggiungerà la sua massima declinazione quando è piena e mezzo mese draconitico dopo, al lunistizio estremo inferiore, (minima declinazione) poco prima del novilunio. Dopo 9,3 anni, poiché la linea dei nodi ha retrogradato di 180° , il nodo ascendente

coinciderà con il punto di Libra, opposto a quello d'Ariete. In questo caso la Luna si troverà ai lunistizi intermedi, cioè la massima e la minima declinazione raggiungibili saranno rispettivamente $\delta=(e-i)$ e, mezzo mese draconitico dopo, $\delta=(-e+i)$, cioè rispettivamente $18^{\circ},3$ sopra e $18^{\circ},3$ sotto l'equatore celeste. Quando la declinazione della Luna vale $\delta=(e-i)$ l'astro sorgerà in corrispondenza di un punto dell'orizzonte astronomico locale posto più a sud rispetto al punto di levata del Sole al solstizio d'estate, ma più a nord rispetto al punto di levata dell'astro diurno agli equinozi. Mezzo mese draconitico dopo, la declinazione raggiunta dalla Luna sarà pari a $\delta=(-e+i)$ e quindi il suo punto di levata, all'orizzonte astronomico locale, sarà intermedio tra le posizioni della levata solare equinoziale e quella solstiziale invernale.



Queste due particolari posizioni vanno sotto il nome di punti d'arresto inferiori. Appare allora molto evidente che nel passaggio tra le declinazioni $\delta=(e-i)$ e $\delta=(-e+i)$, l'escursione dell'altezza della Luna nel cielo durante il mezzo mese draconitico è consistentemente minore di quella che si rileva quando l'astro è posto alle declinazioni massime. Riassumendo quanto detto possiamo allora affermare che nel caso della Luna è necessario considerare i quattro punti fondamentali di levata nell'arco orientale dell'orizzonte astronomico locale e i corrispondenti quattro punti di tramonto nell'arco occidentale. Tenendo conto anche dei punti di levata e tramonto del Sole ai solstizi e agli equinozi, rileviamo che dal punto di vista arqueoastroonomico, escludendo le stelle, dobbiamo considerare ben 14 posizioni (8 lunari e 6 solari) di cui la metà al sorgere e l'altra metà al tramonto. L'esistenza dei numerosi allineamenti su questi particolari punti d'arresto sperimentalmente rilevati in una grande quantità di siti europei che si collocano

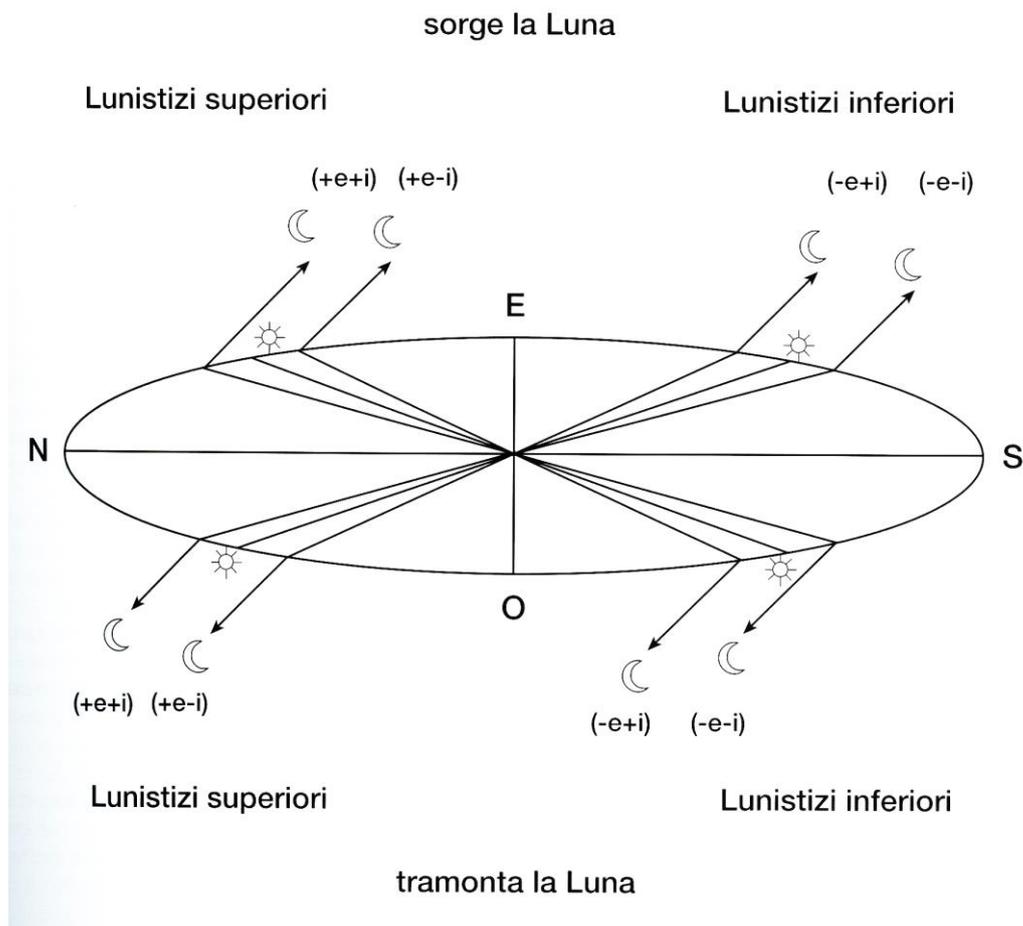
cronologicamente dalla preistoria alla proto-storia, ma anche in alcune chiese medioevali è, però, un dato di fatto che non può essere trascurato; ecco che la valenza rituale della Luna potrebbe essere una giustificazione più appropriata per spiegare l'esistenza degli allineamenti rilevati. La declinazione della Luna è condizionata da tre termini periodici fondamentali a cui se ne aggiungono altre migliaia di entità però molto più piccola e rilevanti qualora la posizione dell'astro sia richiesta con grande precisione nel cielo. Il primo termine è quello con periodicità pari ad un mese draconitico (27,21 giorni) che corrisponde al ritorno dell'astro allo stesso nodo della sua orbita, e ampiezza pari ad "e", legato alla rivoluzione della Luna intorno alla Terra. Il secondo termine è quello con periodicità pari a 18,61 anni solari tropici ed è il periodo di retrogradazione di nodi. La sua ampiezza è pari a "i" cioè l'angolo con cui l'orbita lunare è inclinata rispetto a quella della Terra.



Variazione periodica della declinazione della Luna in 18,6 anni solari tropici corrispondente ad 1 ciclo di retrogradazione dei nodi. Ogni mese siderale lunare la declinazione della Luna oscilla entro gli estremi stabiliti dalla posizione dei nodi in quel mese ed indicati, nella figura, dalle due curve simmetriche poste una sopra ed una sotto la linea dell'equatore celeste. I valori di massima e minima declinazione lunare sono soggetti anche ad una variazione periodica con un periodo pari a 173,3 giorni a causa della variazione dell'inclinazione della sua orbita.

Il terzo ciclo, dovuto alla perturbazione gravitazionale del Sole sulla Luna, corrisponde all'oscillazione periodica del valore dell'inclinazione dell'orbita lunare, con un'ampiezza di 8,7 minuti d'arco e un periodo di 173,3 giorni, metà del cosiddetto anno delle eclissi, che corrisponde all'intervallo di tempo che separa due periodi dell'anno nei quali si possono verificare questi fenomeni. Questa periodicità fu scoperta da Tycho Brahe durante il XVI secolo. Tale piccolo spostamento, quando giunge al massimo, può indicare l'epoca di una possibile eclisse di Sole o di Luna. Un altro fatto importante è che la conoscenza del ciclo lunistiziale lunare poneva in mano, a chi lo conosceva, lo strumento per prevedere alcune

eclissi, soprattutto quelle di Luna. Infatti qualora la Luna si trovi alla massima o minima declinazione possibile e contemporaneamente al primo o all'ultimo quarto allora sette giorni dopo è possibile il verificarsi di un'eclisse di Sole o di Luna in quanto l'astro si troverà al nodo e contemporaneamente al novilunio o al plenilunio, quindi con il Sole anche lui posizionato ad uno dei due nodi dell'orbita lunare. Questo metodo è in teoria possibile e praticabile, ma permette la predizione di un numero piuttosto limitato di eclissi e soprattutto a scadenza breve, solo 7 giorni. Lo studio del succedersi delle epoche di lunistizio avrebbe però forse potuto contribuire efficacemente, dopo un certo tempo, all'identificazione del numero di lunazioni corrispondenti a valori interi degli intervalli di 173,3 giorni, le quali costituirono soprattutto in epoca antica utili predittori per le sequenze di eclissi.



Punti di sorgere e tramontare della Luna ai lunistizi

Bene! Ora che abbiamo descritto le caratteristiche del complesso moto lunare sulla sfera celeste, torniamo all'analisi archeoastronomica del tempo bizantino. Ricordiamo che l'azimut astronomico di orientazione dell'asse dell'aula rispetto alla direzione nord del meridiano astronomico locale ottenendo un valore pari ad $Az=137^{\circ},6 \pm 0^{\circ},3$ e ovviamente nella direzione opposta sarà pari a $317^{\circ},6 \pm 0^{\circ},3$. Tali valori risultano esterni rispettivamente all'arco ortivo e a quello occiduo del Sole, ma sono interni ai corrispondenti archi ortivo ed occiduo della Luna, quindi possiamo eseguire il calcolo astronomico con il fine di determinare i punti di sorgere e di tramontare della Luna

all'orizzonte naturale locale osservati dal sito della Cripta bizantina annessa alla chiesa di San Giorgio a Petrella Tifernina e confrontarli con l'orientazione dell'asse del tempio bizantino.

Place: Petrella Tifernina

Latitude: 41.69 Degrees

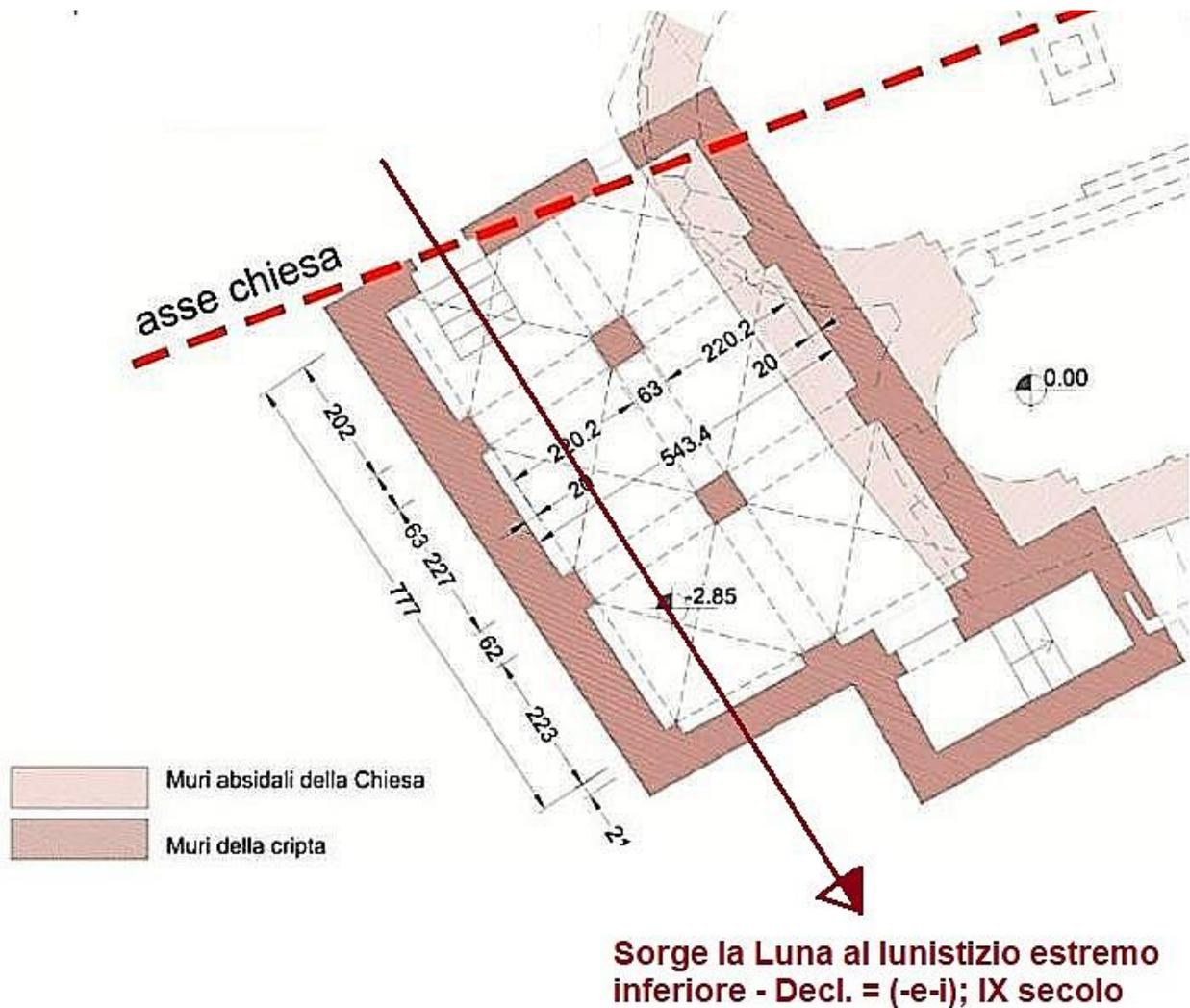
Decl.	Height of the local horizon (degrees)											
	0		2		4		6		8		10	
	Rise	Set	Rise	Set	Rise	Set	Rise	Set	Rise	Set	Rise	Set
+e+i U	49.9	310.1	52.6	307.4	54.9	305.1	56.9	303.1	58.9	301.1	60.8	299.2
+e+i C	50.1	309.9	52.8	307.2	55.1	304.9	57.2	302.8	59.2	300.8	61.1	298.9
+e+i D	50.4	309.6	53.1	306.9	55.4	304.6	57.5	302.5	59.4	300.6	61.3	298.7
-e-i U	129.9	230.1	132.8	227.2	135.6	224.4	138.5	221.5	141.7	218.3	145.1	214.9
-e-i C	130.2	229.8	133.1	226.9	135.9	224.1	138.9	221.1	142.1	217.9	145.6	214.4
-e-i D	130.4	229.6	133.4	226.6	136.3	223.7	139.3	220.7	142.5	217.5	146.2	213.8
+e-i U	64.9	295.1	67.2	292.8	69.2	290.8	71.1	288.9	72.9	287.1	74.7	285.3
+e-i C	65.1	294.9	67.4	292.6	69.5	290.5	71.3	288.7	73.2	286.8	74.9	285.1
+e-i D	65.3	294.7	67.7	292.3	69.7	290.3	71.6	288.4	73.4	286.6	75.2	284.8
-e+i U	114.9	245.1	117.3	242.7	119.6	240.4	121.8	238.2	124.2	235.8	126.6	233.4
-e+i C	115.1	244.9	117.6	242.4	119.9	240.1	122.1	237.9	124.5	235.5	127.0	233.0
-e+i D	115.3	244.7	117.8	242.2	120.1	239.9	122.4	237.6	124.8	235.2	127.3	232.7

Rise : Azimuth of the rising Moon (degrees)
 Set : Azimuth of the setting Moon (degrees)
 (measured eastward from the North direction).

U : Upper limb (first gleaming)
 C : Center of the disk
 D : Lower limb (last contact)

Tabella IV: azimut astronomici di sorgere e di tramontare della Luna ai lunistizi estremi ed intermedi durante il ciclo nodale di 18,61 anni solari tropici a differenti altezze angolari apparenti dell'orizzonte naturale locale negli anni 1001 e 1020 che potrebbero essere quelli di lunistizio maggiormente probabili per la fondazione della cripta bizantina, anche se la procedura geometrica utilizzata non richiedeva la diretta osservazione dell'astro. La Luna assume una declinazione massima assoluta pari a (+e+i) quando si trova al lunistizio estremo superiore, una declinazione pari a (+e-i) quando è al lunistizio intermedio superiore, una declinazione pari a (-e-i) quando si trova al lunistizio estremo inferiore e (-e+i) quando si trova al lunistizio intermedio inferiore. Il valore di "e" è pari a 23°,5 e corrisponde all'obliquità dell'Eclittica, cioè l'inclinazione dell'asse della Terra rispetto al piano della sua orbita intorno al Sole, mentre "i" è pari a 5°,1 e corrisponde all'inclinazione dell'orbita della Luna rispetto a quella della Terra.

Dai risultati del calcolo astronomico, mostrati nella Tabella IV, si rileva che al lunistizio estremo inferiore la Luna sorse secondo un azimut pari a $137^{\circ},5$ ad un'altezza angolare apparente dell'orizzonte naturale locale rispetto all'orizzonte astronomico locale pari a $+5^{\circ}$. La differenza tra l'azimut osservato e quello calcolato è pari a $0^{\circ},1$ e questo conduce ad una probabilità Pr di orientazione casuale pari a $Pr=0,0006$ quindi con un livello di probabilità pari al 99,94% dobbiamo concludere che il sorgere della Luna al lunistizio estremo inferiore rappresentò il criterio di fondazione e orientazione del tempio bizantino durante il IX secolo. Anche in questo caso il valore ottenuto è maggiore del 97% quindi l'orientazione lunare del tempio bizantino va ritenuta deliberata ed intenzionale.

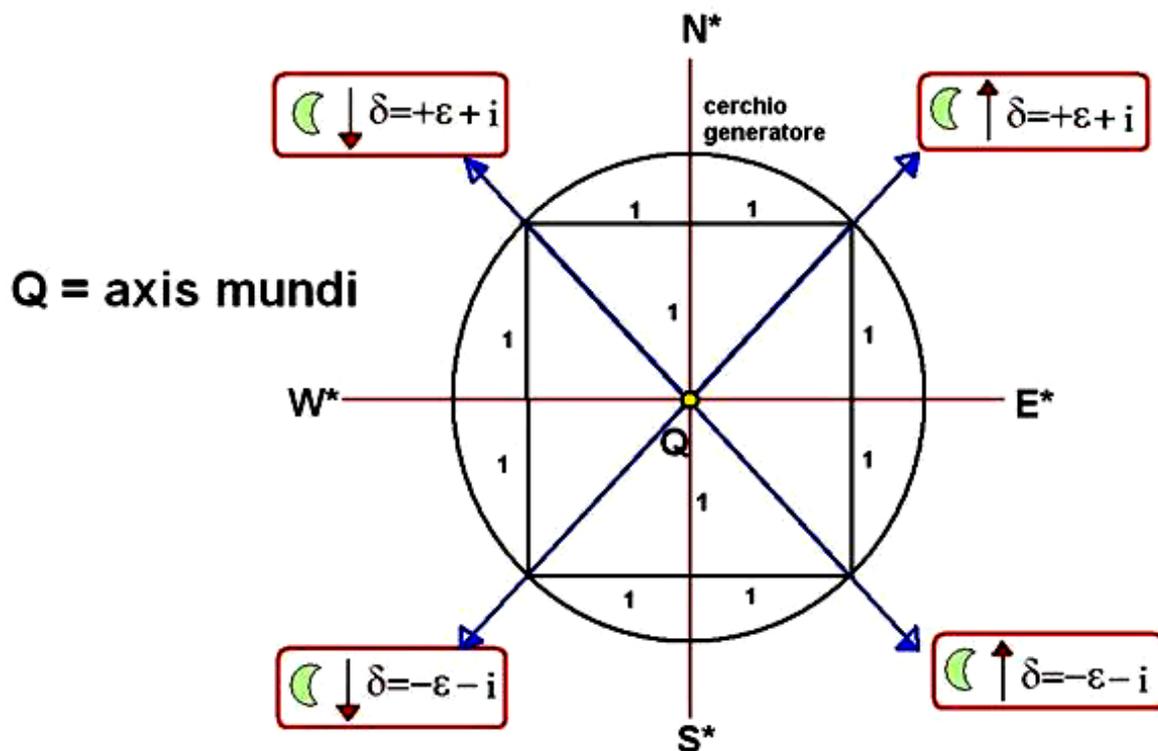


Orientazione lunistiziale lunare della cripta bizantina annessa alla chiesa di San Giorgio a Pietrella Tifernina.

Metodologia pratica di orientazione della cripta

L'orientazione lunistiziale lunare messa in evidenza dallo studio dell'orientazione dell'asse della cripta bizantina non poteva essere codificata a vista, ma era necessario l'utilizzo di una opportuna metodologia geometrica per determinarla. Il metodo più usato

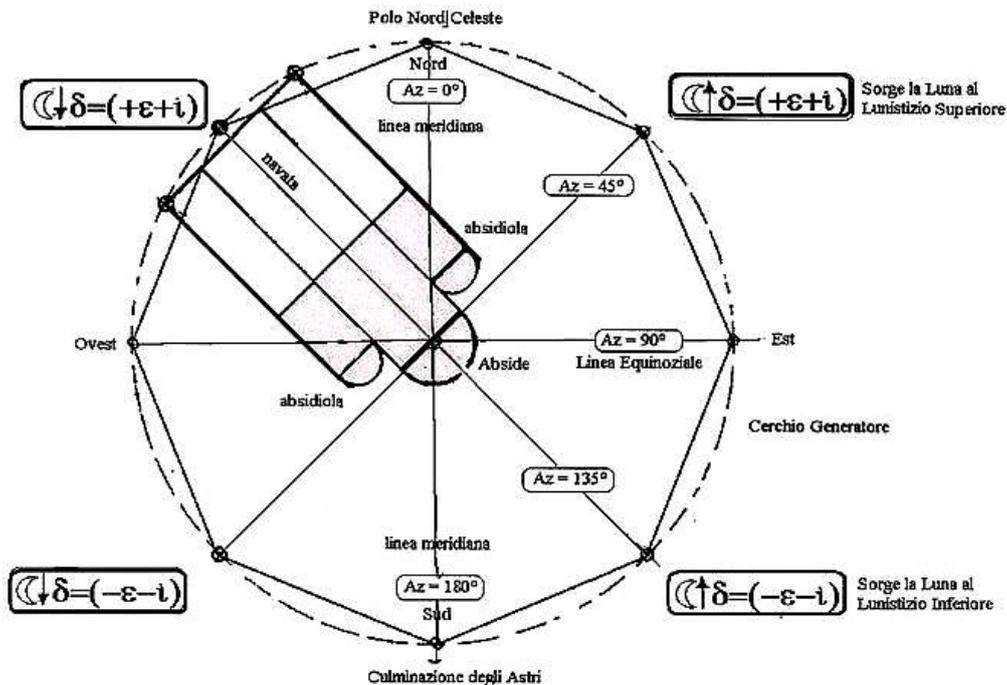
durante il IX secolo era basato sull'utilizzo delle proprietà dell'ottagono orientato oppure su quelle del quadrato orientato secondo le direzioni cardinali. Iniziamo con la metodologia basata sul quadrato orientato. Nel medioevo il quadrato era il simbolo della Terra e delle sue caratteristiche di immobilità, solidità e fissità e aveva il suo corrispondente tridimensionale nel cubo nella geometria solida. Nell'ermetismo, il quadrato rivestì anche un significato solare. Il quadrato diviso dalle due diagonali e quindi da otto raggi uscenti dal suo centro geometrico veniva, in questo modo, a trovarsi inserito in un vasto complesso simbolico fondato sul concetto del punto centrale e di ripartizione dello spazio circostante. Dal punto di vista simbolico, in epoca medioevale, il quadrato si ricollegava alle varie tipologie del quaternario. Esprimeva prevalentemente, l'idea dell'Armonia degli opposti contrari e del loro equilibrio, sia dell'Uomo che della Natura. Platone definiva il quadrato: "Forma assolutamente bella in sé", assieme al cerchio e come simbolo di Armonia. Renè Guènon scriveva che la formula della *tetractis* pitagorica $1+2+3+4=10$ era la "circolatura del quadrante" e che all'inverso: $10=1+2+3+4$ invece esprimeva numericamente la "divisione quaternaria del cerchio", cioè il problema ermetico della "quadratura del cerchio", concepibile come massima perfezione umana".



L'unione del cerchio simbolo del Cielo divino e del quadrato, simbolo della Terra Umana forniva un efficace metodo geometrico per materializzare sul terreno le direzioni lunistiziali lunari.

Ora prendiamo in esame la metodologia geometrica di orientazione basata sull'ottagono regolare orientato. Il numero 8 era considerato il simbolo dell'Uomo. L'ottagono non è strutturalmente che una duplicazione del quadrato ottenuta mediante il raddoppio dei lati e nella versione stellata mediante la rotazione di 45° , uno rispetto all'altro, di due quadrati concentrici. L'ottagono, ma anche il numero 8, aveva simbolicamente un significato di mediazione tra il quadrato ed il cerchio, quindi tra la Terra ed il Cielo e quindi, era posto

in rapporto con il mondo intermedio. La forma ottagonale era utilizzata per gli edifici di particolare significato universale e cosmico, quindi per la pianta dei battisteri, ma anche per le absidi poligonali delle cattedrali. Il significato astronomico dell'ottagono è strettamente lunare in quanto la sua geometria permetteva agli architetti medioevali la determinazione empirica approssimata delle direzioni lunistiziali estreme di levata e di tramonto della Luna e la loro materializzazione sul terreno.



L'ottagono regolare era utile per materializzare sul terreno le direzioni di levata e di tramonto della Luna ai lunistizi estremi.

Anche nel caso dell'orientazione dell'asse della cripta si optò per una procedura geometrica, probabilmente basata sull'utilizzo del quadrato orientato, che era più semplice rispetto a quella dell'ottagono. L'azimut di orientazione ottenuto usando il quadrato orientato è pari a 135° che comunque consentiva una buona approssimazione entro i $\pm 2^\circ$ di errore che la pratica applicazione del metodo geometrico sul terreno poteva consentire.

Considerando la particolare metodologia geometrica di orientazione è facile riconoscere il *modus operandi* di Alferid come appare dall'orientazione dell'asse del complesso absidale, quindi la probabilità che la "cantina di San Giorgio" sia coeva al complesso absidale è consistentemente alta.

Correlazione vettoriale tra allineamento e target astronomico: analisi statistica per dati circolari e assiali.

I risultati dell'analisi archeoastronomica di un sito o di un manufatto archeologico sono sempre soggetti a molte possibilità di errore, soprattutto quando le indicazioni sulla sua collocazione cronologica sono carenti. E' quindi necessario mettere alla prova i risultati

ottenuti utilizzando sofisticate tecniche di tipo statistico e probabilistico tese a fornire il livello di affidabilità dei risultati ottenuti. La metodologia più moderna e sofisticata attualmente disponibile è la correlazione vettoriale tra gli allineamenti e i corrispondenti *targets* astronomici considerati come vettori di modulo unitario uscenti dal sito archeologico in studio e diretti verso particolari punti della Sfera Celeste dove sono posti i *targets* astronomici corrispondenti agli allineamenti misurati. La metodologia descritta è molto potente e permette di stabilire se i risultati ottenuti abbiano un'origine puramente dovuta ad una combinazione di fattori casuali oppure siano genuinamente ascrivibili alla determinata opera dell'Uomo antico. Questa potente tecnica è stata applicata ai risultati dell'analisi archeoastronomica della chiesa di San Giorgio a Petrella Tifernina. Prima di tutto conviene descrivere sommariamente i principi informatori della correlazione vettoriale per dati circolari e sferici. Siccome l'orizzonte astronomico locale può essere pensato posto a distanza convenzionalmente unitaria rispetto al baricentro della navata della chiesa, il vettore "allineamento" \mathbf{u} avrà modulo $|\mathbf{u}|:=1$ in quanto, per definizione, la Sfera Celeste ha raggio convenzionalmente unitario. Supponiamo ora che nei dintorni del punto Q sull'orizzonte astronomico locale sorga (o tramonti) un astro S1 il quale interseca l'orizzonte astronomico locale nel punto S le cui coordinate altazimutali sono: azimuth A_s e altezza pari a h_o , pari a zero per definizione di orizzonte astronomico locale. Se l'astro S1 viene osservato da un osservatore posto nel baricentro della navata, origine dell'allineamento \mathbf{u} , allora la direzione tra il baricentro e il punto S potrà essere considerata come un vettore \mathbf{v} anche esso di modulo convenzionalmente unitario ($|\mathbf{v}|:=1$) orientato secondo un azimuth astronomico pari a A_s . Riassumendo quanto detto fino ad ora si ha che \mathbf{u} è il vettore "allineamento" e \mathbf{v} è il vettore "target astronomico". Nel caso degli allineamenti astronomici se il punto S di levata/tramonto dell'astro S1 fosse stato il bersaglio dell'allineamento \mathbf{u} , in questo caso la differenza angolare $\theta=(A_z-A_s)$ può essere considerata come un errore di puntamento, non necessariamente di origine casuale. A questo punto possiamo definire il coefficiente di correlazione vettoriale incrociata R tra l'allineamento \mathbf{u} ed il target astronomico \mathbf{v} mediante la seguente relazione (Proakis, 1989)²:

$$R = (\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}) / (|\mathbf{u}| \cdot |\mathbf{v}|)$$

Dove l'operatore " \cdot " indica il prodotto scalare. Essendo \mathbf{u} e \mathbf{v} vettori di modulo unitario si ha semplicemente:

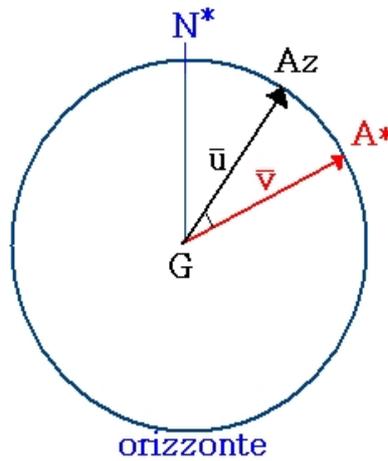
$$R = \cos(\theta)$$

Questo modo di definire la correlazione tra l'allineamento \mathbf{u} e il target \mathbf{v} è perfettamente in accordo con la metodologia statistica per i dati circolari e assiali³. La funzione coseno è una funzione pari a forma di campana che assume valore 1 se $\theta=0^\circ$ quindi nel caso di correlazione perfetta tra l'allineamento ed il *target* astronomico e via via decrescenti qualora l'accordo tra i due vettori peggiori e l'angolo θ aumenti. Se $\theta=\pm 90^\circ$ allora la correlazione incrociata tra l'allineamento e la direzione del *target* astronomico sarà nulla;

² Il lettore interessato alla dimostrazione formale della formulazione del coefficiente di correlazione in termini di vettori, può trovarla a pagina 222 del volume: Proakis J. G., 1989, "Digital Communications", McGraw Hill Series in Electrical Engineering, second edition, New York.

³ In virtù della definizione degli allineamenti data in questa sede, il coefficiente di correlazione vettoriale R è, per definizione, centrato.

se invece i due vettori sono allineati, ma di verso opposto essi saranno anticorrelati, e saranno detti vettori *antipodali* e sarà $\theta=180^\circ$ e quindi $R=-1$. Questo è un caso molto interessante in quanto se ad esempio consideriamo la direzione di levata del Sole all'orizzonte astronomico locale al solstizio d'inverno e quella di tramonto del Sole al solstizio d'estate, esse saranno anticorrelate, ma giustamente si riferiscono ad un fenomeno mostrato dallo stesso astro: il Sole, quindi due vettori antipodali saranno perfettamente correlati tra di loro.



Un allineamento u e il corrispondente target astronomico v possono essere considerati come due vettori di modulo unitario rispettivamente orientati secondo un azimuth astronomico Az (per l'allineamento misurato) e A^* quello corrispondente a quello del target astronomico.

Il problema di misurare quanta informazione sia contenuta in un allineamento stabilito dall'orientazione della navata di una chiesa, che si sospetta essere astronomicamente significativo, in relazione al punto di levata o di tramonto di un astro è un problema di non facile soluzione. Dal punto di vista matematico e formale dobbiamo identificare ciascun allineamento con il suo azimuth Az rispetto alla direzione settentrionale del meridiano astronomico locale. In questo modo avremo a disposizione, per quel particolare allineamento, N possibili *targets* nel senso che sarà possibile associare ad esso una serie di possibili *targets* astronomici il cui azimuth è $As(k)$ con $k=1, \dots, N$. Per ciascun allineamento sarà possibile misurare un errore "di puntamento" $\theta(k)$ definito nel modo seguente:

$$\theta(k) := |Az - As(k)|$$

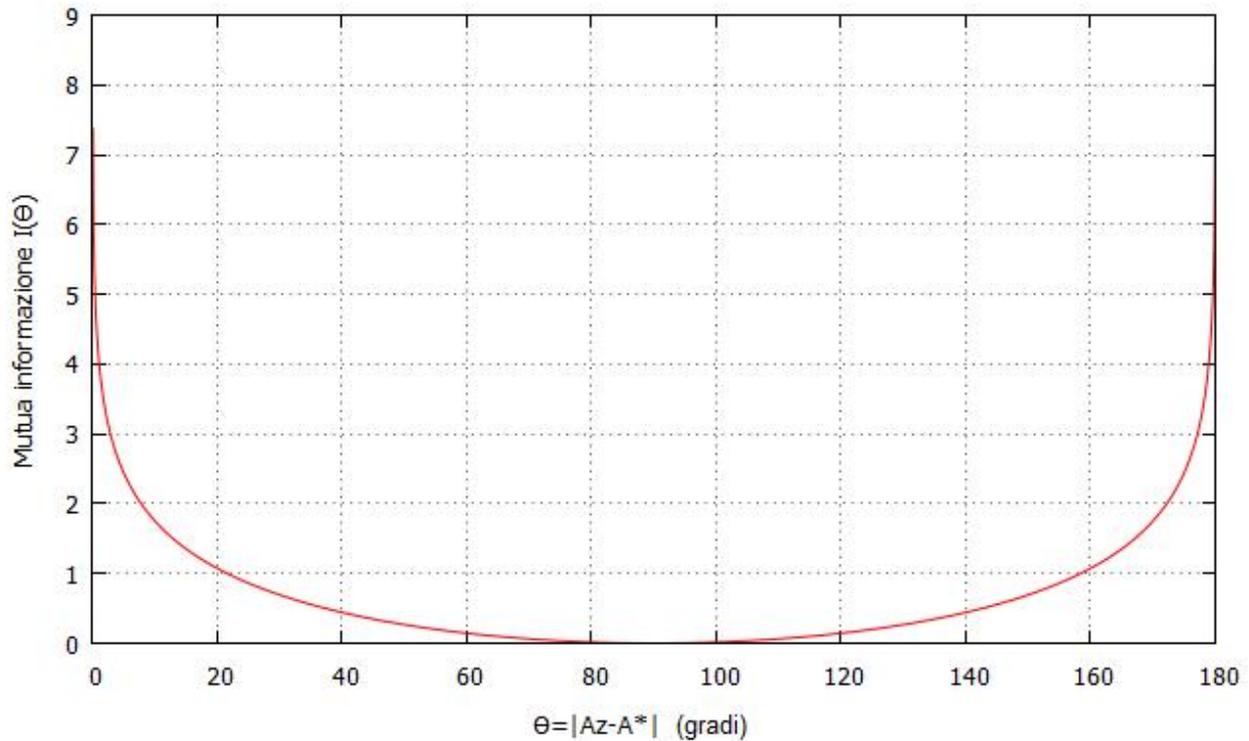
A questo punto diventa possibile calcolare il coefficiente di correlazione $R(k)$ tra l'allineamento misurato nell'edificio chiesastico in studio e ciascuno degli N target astronomici possibili; questo permette di valutare quale potrebbe essere il target astronomico più probabilmente correlato con l'allineamento misurato e assumere quello che mostra il valore del coefficiente di correlazione più elevato. Il coefficiente di correlazione R ha un ben definito legame con la probabilità che l'allineamento ed il target siano casualmente correlati tra loro e che quindi non siano due aspetti differenti della stessa cosa. Per fare questo dobbiamo introdurre una nuova quantità denominata "*autoinformazione*" misurata per un dato allineamento presente nella chiesa, rispetto al k -esimo target astronomico e indicata con $I(k)$. Chiariamo un poco la questione. Dato un

allineamento presente nell'edificio chiesastico, il solo fatto che il punto dell'orizzonte astronomico locale da esso individuato sia posizionato ad una certa distanza angolare $\theta(k)$ dal corrispondente punto di levata o tramonto pertinente all'astro a lui correlato secondo un determinato coefficiente di correlazione $R(k)$ implica che questo evento racchiuda in se una certa quantità di informazione che discende dal fatto che chi costruì ed orientò la chiesa in quel particolare luogo lo fece o casualmente oppure applicando alcuni criteri, che talvolta rimangono a noi attualmente completamente sconosciuti, ma che rappresentano quello che l'analisi archeoastronomica dell'edificio chiesastico si prefigge di conoscere. L'auto-informazione $I(k)$ è l'informazione corrispondente all'evento: <<asse della navata, o di una monofora, o altro, della chiesa diretto verso un punto posto ad una distanza angolare $\theta(k)$ dal punto dell'orizzonte astronomico locale in cui sorge o tramonta un astro a lui correlato secondo un determinato coefficiente di correlazione $R(k)$ >>, essa viene denominata "auto-informazione" (*self-information*) associata a quell'evento. La Teoria dell'Informazione ci dice che l'auto-informazione associata ad un dato evento è legata in maniera semplice alla probabilità $P(k)$ che tale evento si possa effettivamente verificare. Tale legame viene formalizzato nella seguente equazione:

$$I(k) = -\ln[P(k)] \quad (k=1, \dots, N)$$

la quale mette in evidenza che un evento che ha probabilità pari a 1 (=100%) di verificarsi è un evento sicuro e avrà auto-informazione nulla in quanto la sicurezza che esso accada non richiede il verificarsi di particolari condizioni affinché esso avvenga. Esso semplicemente accadrà sempre e in ogni caso, per cui non esisteranno particolari ragioni per meravigliarci se accade e quindi di cercare il motivo per cui l'evento si verifica. Al contrario, un evento di probabilità bassa richiede che siano verificati contemporaneamente tutta una serie di fattori che concorrono al verificarsi dello stesso, altrimenti esso non si verificherà affatto. È chiaro che il verificarsi di un evento poco probabile racchiude dentro di se un'alta quantità di informazione relativamente alle cause che hanno concorso a produrre quell'evento. Spingendoci al caso estremo: un evento che ha probabilità quasi nulla di verificarsi, se si verifica racchiude in se una quantità di informazione enorme, per cui la sua auto-informazione tenderà all'infinito. Tornando al caso degli allineamenti che si rilevano in un sito, sarà possibile associare a ciascuno di essi un valore di auto-informazione dipendente dalla loro distanza angolare dal punto dell'orizzonte locale pertinente all'astro con cui ciascuno di loro è correlato e quindi sarà possibile calcolare la probabilità $P(k)$, per un dato allineamento presente in un sito archeologico potenzialmente astronomicamente significativo, che chi lo materializzò sul terreno volesse proprio orientarlo in quel modo cioè con quel preciso azimuth, entro i limiti di incertezza dipendenti dalla sua abilità e dalla tecnologia a sua disposizione e in ultima analisi da quello che voleva effettivamente fare. Tale probabilità si ottiene invertendo l'auto-informazione $I(k)$ relativa all'allineamento rispetto agli N possibili target astronomici, nel modo seguente:

$$P(k) = e^{-I(k)} \quad (k=1, \dots, N)$$



Andamento della mutua informazione $I(\theta)$ in funzione di θ espresso in gradi.

Dalla Teoria dell'Informazione otteniamo che la Mutua Informazione $I(k)$ relativa al k -esimo target astronomico è legata al coefficiente di correlazione $R(k)$ tra l'azimut Az dell'asse della navata, o di una monofora o altro, dell'edificio chiesastico e quello $A_s(k)$ del sorgere o del tramontare del k -esimo astro all'orizzonte astronomico locale in maniera molto semplice:

$$I(k) := -\frac{1}{2} \ln[1 - R(k)^2]$$

misurata in "nats" (acronimo anglosassone di "Natural Units"). Il grado di correlazione $R(k)$ è già stato definito in precedenza nel modo seguente:

$$R(k) = (\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}) / (|\mathbf{u}| \cdot |\mathbf{v}|) = \cos(\theta(k))$$

quindi la mutua informazione sarà:

$$I(k) := -\frac{1}{2} \cdot \ln(\sin^2(\theta(k)))$$

La mutua informazione può essere considerata come la quantità di informazione legata all'osservazione di una determinata posizione relativa tra il punto sull'orizzonte determinato dall'allineamento e quello di sorgere o di tramontare di un k -esimo target astronomico. Questo fatto ci conduce a poter calcolare la probabilità $Pr(k)$ che l'allineamento sia correlato con il punto di levata (o di tramonto) di un dato astro all'orizzonte locale del sito in esame solamente a causa di una combinazione di eventi casuali. Tale probabilità vale:

$$Pr(k) = \exp(-I(k))$$

E quindi:

$$Pr = (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) / (|\mathbf{u}| \cdot |\mathbf{v}|) = \sin(\theta)$$

Dove l'operatore "×" indica il prodotto vettoriale. Ed essendo \mathbf{u} e \mathbf{v} vettori di modulo unitario si ha:

$$Pr(k) = |\sin(\theta(k))|$$

La probabilità $Pr(k)$ ci suggerisce alcune considerazioni degne di nota. Infatti se l'asse della navata della chiesa, o della monofora o altro e il k-esimo target astronomico è pressoché casuale allora il valore assoluto del coefficiente di correlazione risulta piuttosto basso e la mutua informazione sarà pressoché nulla. Questo conduce ad avere una alta probabilità che l'orientazione di quell'asse potesse essere stata ottenuta in maniera casuale e quindi un asse non diretto verso il punto di levata o di tramonto dell'astro di cui si ipotizza la correlazione. Ad ogni modo tale asse potrebbe essere correlato invece con il punto di levata o di tramonto di un differente astro. Se contrariamente a ciò la correlazione risulta elevata, come conseguenza di una deliberata disposizione della direzione materializzata, ad esempio, dall'asse della navata della chiesa, la mutua informazione sarà elevata. Un valore elevato di mutua informazione implica una bassa probabilità Pr che la correlazione asse-astro possa essere casuale. La probabilità dell'evento complementare, cioè quello della effettiva correlazione tra l'asse della navata e l'astro considerato sarà:

$$Po(k) = 1 - Pr(k)$$

che nel caso di un'orientazione molto accurata, essa sarà elevata. Questo approccio è quello più adatto qualora si consideri gli allineamenti come linee simboliche e non come realizzazioni statistiche dei target astronomici a meno di un margine di errore che comunque non richiede di essere obbligatoriamente trattato come una variabile casuale.

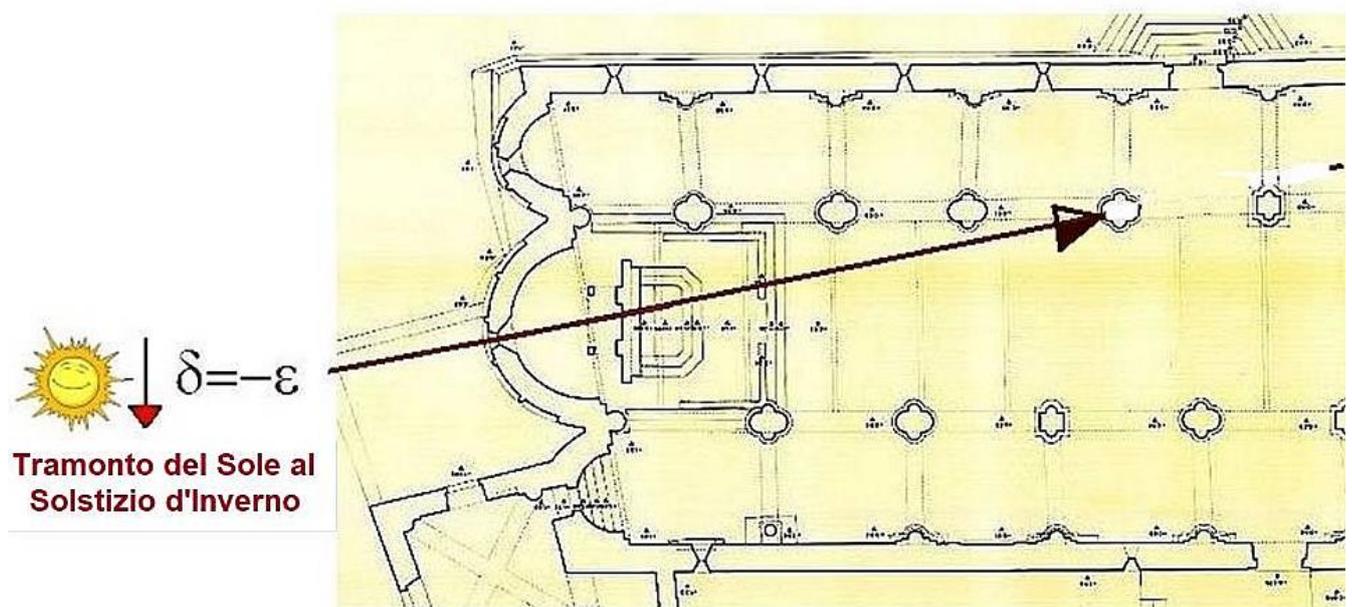
Applicazione della correlazione vettoriale alle orientazioni rilevate nella chiesa di San Giorgio a Petrella Tifernina

Vediamo ora di applicare questa metodologia all'analisi archeoastronomica della chiesa di San Giorgio. Consideriamo per primo come possibile target dell'orientazione della navata della chiesa il punto di tramonto della stella Sirio. In questo caso il coefficiente di correlazione vettoriale è risultato essere $R=0,99996$ corrispondente ad una probabilità di correlazione casuale pari a $Pr=0,0093$, cioè circa 1 su 108. Nel caso invece della direzione opposta dell'asse della navata della chiesa di San Giorgio, il livello di correlazione vettoriale con il punto di sorgere della stella Regolo è pari a: $R=0,99999$, mentre la probabilità di correlazione casuale è pari a $Pr=0,0046$, cioè circa 1 su 217. Nel caso dell'allineamento dell'asse del complesso absidale verso il punto di tramonto del Sole al solstizio d'inverno abbiamo praticamente $R=1$ con un livello di casualità pari a $Pr=0,00035$

cioè 1 su 2857. Nel caso della cripta, l'orientazione lunistiziale lunare mostra un coefficiente di correlazione vettoriale pari a $R=0,999999$ con un livello di casualità $Pr=0,0017$ pari a 1 su 588. A quanto tutte le orientazioni astronomiche individuali messe in evidenza dall'analisi arqueoastronomica della chiesa romanica di Petrella Tifernina vanno considerate reali e furono deliberatamente codificate nella costruzione in epoca antica. Calcoliamo ora la probabilità totale Pt di casualità dei risultati ottenuti. Bene, il calcolo mostra un valore pari a $Pt = 2.55 \times 10^{-11}$ pari a circa 1 su 39 miliardi, risultato che dal punto di vista del calcolo delle probabilità ci rassicura abbondantemente in merito alla validità dei risultati ottenuti con l'analisi arqueoastronomica.

I giochi di luce

L'orientazione astronomica di un edificio chiesastico, soprattutto quando l'astro coinvolto è il Sole, genera di contro dei giochi di luce, vere e proprie ierofanie, all'interno dell'aula della chiesa. Anche nella chiesa di San Giorgio avviene questo. Infatti al tramonto del solstizio d'inverno la luce del Sole morente entrando dalla monofora dell'abside centrale proietta un fascio attraverso l'aula fino a colpire la quarta colonna settentrionale.



Al tramonto del Sole al solstizio d'inverno un fascio di luce solare passa attraverso la monofora absidale e va a proiettarsi sulla quarta colonna settentrionale della navata. Ora, a causa della presenza delle costruzioni dietro l'abside questo fenomeno non può più essere osservato.

Purtroppo a causa dell'urbanizzazione successiva alla costruzione della chiesa, l'orizzonte dietro l'abside non è più libero, quindi questa ierofania non può più essere osservata. Un altro gioco di luce interessante riguarda la monofora posta sopra la porta d'ingresso della facciata.

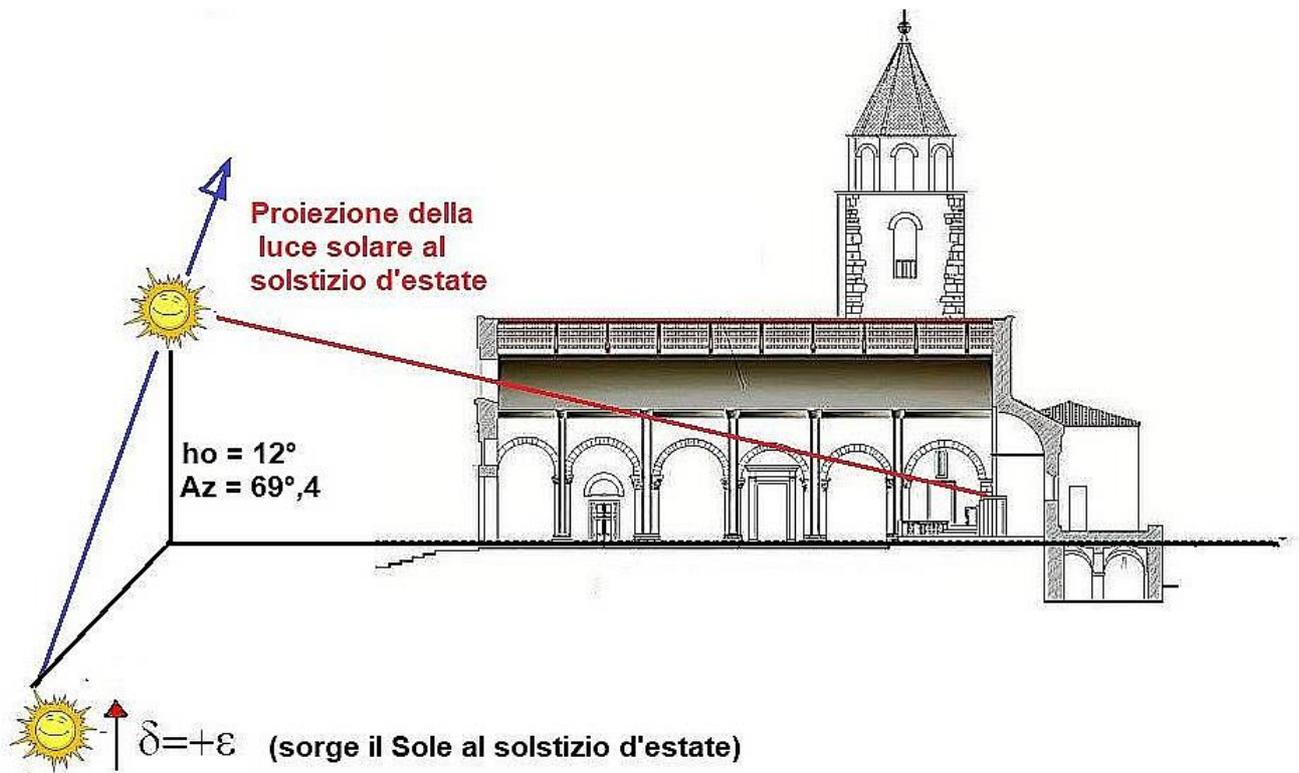


La monofora posta sopra la porta d'ingresso della chiesa di San Giorgio attraverso la quale si proietta la luce solare al solstizio d'estate fino a raggiungere il luogo dove er posizionato al'antico altare, entro l'emiciclo absidale.

Qui la questione si fa interessante in quanto l'asse della navata è orientato, nella direzione abside ingresso, secondo un azimut astronomico di $69^{\circ},4$. Osservata dalla posizione dell'antico altare entro l'emiciclo absidale, la monofora sopra la porta d'ingresso definisce un'area sulla Sfera Celeste, della dimensione di qualche grado, il cui centro è definito dalla seguente coppia di coordinate altazimutali:

$$Az = 69^{\circ},4 \ ; \ ho = +12^{\circ}.0$$

Secondo il calcolo astronomico quel particolare punto viene raggiunto dal Sole che vi transita alle ore 5:42 il suo sorgere al solstizio d'estate. In quel momento la luce solare attraversando la monofora andrà a proiettarsi nel complesso absidale dove era posto l'antico altare.

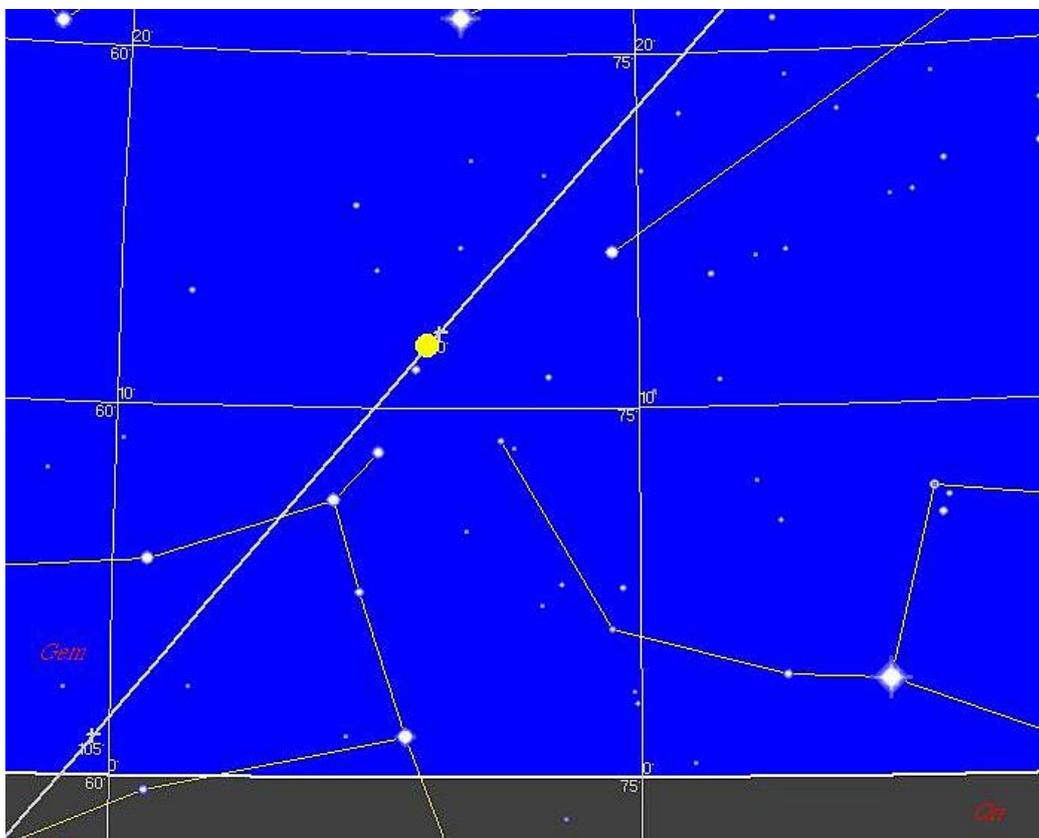


Proiezione del Sole solstiziale estivo attraverso la monofora posta sopra la porta d'ingresso fino a raggiungere il luogo dove era posizionato l'antico altare, nell'abside della chiesa di San Giorgio.

Poiché il punto di sorgere del Sole al solstizio d'estate varia in maniera molto lenta nei secoli e nei millenni, tale fenomeno si ripresenterà anche nel 2019 tra le 5h 30m e le 6h 00m della mattina del 21 Giugno. Siccome la solstizio d'estate il punto di sorgere del Sole si ferma e poi inverte il suo moto giornaliero, la proiezione solare sarà visibile per alcuni giorni prima e dopo la data convenzionale del solstizio.

Data	Declinazione Solare	Azimut del Sole	Altezza del Sole	Note
15 giu 2019	+23° 17' 26.0"	069° 39' 55"	+12° 23' 26"	
16 giu 2019	+23° 19' 53.5"	069° 36' 03"	+12° 22' 48"	
17 giu 2019	+23° 21' 56.3"	069° 32' 31"	+12° 21' 53"	
18 giu 2019	+23° 23' 34.4"	069° 29' 16"	+12° 20' 42"	
19 giu 2019	+23° 24' 47.8"	069° 26' 21"	+12° 19' 14"	
20 giu 2019	+23° 25' 36.4"	069° 23' 45"	+12° 17' 30"	
21 giu 2019	+23° 26' 00.2"	069° 21' 28"	+12° 15' 30"	Solstizio d'Estate
22 giu 2019	+23° 25' 59.2"	069° 19' 30"	+12° 13' 14"	
23 giu 2019	+23° 25' 33.5"	069° 17' 52"	+12° 10' 42"	
24 giu 2019	+23° 24' 43.0"	069° 16' 33"	+12° 07' 55"	
25 giu 2019	+23° 23' 27.9"	069° 15' 35"	+12° 04' 53"	
26 giu 2019	+23° 21' 48.0"	069° 14' 56"	+12° 01' 36"	
27 giu 2019	+23° 19' 43.4"	069° 14' 37"	+11° 58' 05"	
28 giu 2019	+23° 17' 14.3"	069° 14' 39"	+11° 54' 18"	
29 giu 2019	+23° 14' 20.6"	069° 15' 02"	+11° 50' 18"	
30 giu 2019	+23° 11' 02.4"	069° 15' 45"	+11° 46' 04"	

Effemeridi del Sole nei giorni antecedenti e seguenti il solstizio d'estate dell'anno 2019, in cui la proiezione solare sarà ancora visibile nella chiesa di San Giorgio, tra le 5h 30m e le 6h 00m del mattino.



Posizione del Sole il giorno del solstizio d'estate 2019 quando si verifica la proiezione solare all'interno della chiesa di San Giorgio.

Conclusione

In questo lavoro sono stati descritti i risultati dell'analisi archeoastronomica della chiesa di San Giorgio a Pietra Tifernina ed è stato messo in evidenza che sia l'edificio chiesastico principale che la cripta furono fondati ed edificati utilizzando una serie di regole simboliche e geometriche astronomicamente significative. Quello che è apparso evidente è che il complesso absidale e la cripta probabilmente sono coeve e potrebbero essere collocate cronologicamente al XI secolo, mentre la navata è probabilmente di epoca un poco posteriore e quindi probabilmente edificata da un diverso architetto. Attualmente può essere ragionevolmente assunto che il complesso absidale e forse anche la cripta possano essere state edificate da un probabile monaco o laico di origine sassone, un tal Alferid, che ha edificato una chiesa orientata con l'abside ad occidente, quindi nella maniera opposta a quanto stabilito dalle regole classiche del Cristianesimo e raccomandate dalla Curia Romana a quel tempo. La particolare orientazione dell'asse del complesso absidale è risultata concorde con il punto di tramonto del Sole al solstizio d'inverno, all'orizzonte naturale locale, durante il XI secolo, mentre l'asse della cripta, che personalmente non ritengo di origine bizantina, è risultato allineato verso il punto di sorgere della Luna alle sua estrema declinazione meridionale all'orizzonte naturale locale. I margini di errore sono minimi quindi i targets astronomici messi in evidenza sono da ritenere reali e deliberatamente scelti in fase di progetto in quella successiva di tracciamento e materializzazione delle direzioni sul terreno. A questo proposito è stato possibile ricostruire le procedure geometriche-gnomoniche utilizzate per materializzare sul terreno le direzioni richieste senza eseguire alcuna osservazione astronomica diretta del Sole e della Luna. Questo testimonia una grande abilità e una grande conoscenza della Geometria pratica da parte di Mastro Alferid, da cui si evince una sua conoscenza del testo *Geometria* di Gerberto d'Aurillac (Papa Silvestro II) scritto poco prima dell'anno 1000. Lo studio archeoastronomico dell'orientazione della navata invece rimanda ad un diverso personaggio, di epoca successiva, il quale codificò un allineamento differente, di natura stellare ottenuto dalla diretta osservazione del punto di tramonto della stella Sirio, la più luminosa del cielo, durante il XI-XII secolo e dalla parte opposta, del sorgere della stella di prima magnitudine Regolo nella costellazione del Leone, simbolicamente ritenuta a quel tempo "la stella regale". La tipologia degli allineamenti e la metodologia pratica per materializzarli sul terreno suggeriscono molto chiaramente due differenti mani e quindi due differenti architetti che si sono succeduti uno dopo l'altro nel cantiere. Se sul primo possiamo fare qualche ipotesi su mastro Alferid, nulla si sa del secondo. Anche le proiezioni dei fasci di luce solare all'interno dell'aula della chiesa sembrano essere stati deliberatamente voluti per realizzare interessanti ierofanie.

Bibliografia

Valente F., 2015, **“LE PIETRE PARLANTI, SAN GIORGIO DI PETRELLA TIFERNINA”**, Collana “Il Molise Nascosto”, Vol. I, Regia Edizioni.

Di Lollo A., 1985, **“Petrella Tifernina: di tutto un po’... attraverso le parole e le immagini”**, Editrice Lampo, Campobasso.

Gaspani A., 2000, **“GEOMETRIA E ASTRONOMIA NELLE ANTICHE CHIESE ALPINE”** Collana Quaderni di Cultura Alpina, No.71, Priuli e Verlucca Editori (Pavone Canavese, TO).

Gaspani A., 2013, **“ ARCHEOASTRONOMIA SATELLITARE: TECNICHE MODERNE PER IL RILIEVO E LO STUDIO DEI SITI ARCHEOLOGICI DI RILEVANZA ASTRONOMICA**, Collana Manualistica, Ed. Associazione Culturale Fonte di Connla, Ivrea (TO), 2013, ISBN 978-88-98411-14-6.

Cernuti S., Gaspani A., 2006, **“INTRODUZIONE ALLA ARCHEOASTRONOMIA: NUOVE TECNICHE DI ANALISI DEI DATI”**, Atti della Fondazione Giorgio Ronchi, vol. LXXXIX, 190 pp. Editore Tassinari, Firenze, 2006. ISBN 88-88649-11-5.

Gaspani A., 2013, **“ ASTRONOMIA, GEOMETRIA e SIMBOLISMO COSMICO DELLE ANTICHE POPOLAZIONI GERMANICHE e SCANDINAVE”**, Collana Paganitas, Ed. Associazione Culturale Fonte di Connla, Ivrea (TO), 2013, ISBN 978-88-98411-00-7.

Gaspani A., 2013, **“S. TOME’: ASTRONOMIA, GEOMETRIA e SIMBOLISMO COSMICO IN UNA CHIESA ROMANICA”**, Editore dalla Pro-Loco di Brembate Sopra, Brembate di Sopra (BG), 2013, ISBN 978-88-98411-15-3.

Ringraziamenti

Ultimo, ma non ultimo desidero ringraziare tutti coloro che hanno in qualche modo reso possibile lo studio di questa bellissima chiesa romanica. In primo luogo desidero ringraziare particolarmente l'Associazione "San Giorgio Martire" O.N.L.U.S. e il dott. Virginio Marinelli, senza i quali questo studio non sarebbe stato possibile. Un sentito ringraziamento al parroco della chiesa di San Giorgio, Don Domenico di Franco per l'assistenza, per avermi dettagliatamente illustrato ogni particolare architettonico e scultoreo della chiesa e la pazienza con cui mi ha sopportato rispondendo a tutte le mie numerose ed insistenti domande e per avermi dato accesso a della documentazione di estremo interesse. Desidero anche ringraziare il Sindaco di Petrella Tifernina, dott. Alessandro Amoroso per avermi fornito della preziosissima documentazione in relazione alla chiesa oggetto di questo studio, la quale mi è stata di grande utilità. Un grande ringraziamento ai prof. Francesco Bozza e Gianfranco De Benedittis, per gli illuminanti spunti di riflessione in relazione alla storia della chiesa di San Giorgio e più in generale alle vicende del Medioevo in Molise. Ringrazio anche gli architetti Napoleone, Pontico e Dedda, che con i loro lavori hanno aperto la strada allo studio di questa importante chiesa romanica, per gli stimolanti colloqui avvenuti durante il mio soggiorno a Petrella Tifernina.